



GEOGEBRA DASTURIDAN FOYDALANIB ANALITIK GEOMETRIYA MASALALARINI YECHISH

Bayniyazov Abdikadir Muratovich

OSIYO XALQARO UNIVERSITETI 1-kurs magistranti

Annotatsiya: Mazkur maqolada GeoGebra dasturi yordamida analitik geometriyaga oid 2D va 3D masalalarni yechishning sodda va tushunarli metodik yondashuvi bayon qilinadi. Yondashuv “model–hisob–tekshiruv–izoh” ketma-ketligiga asoslanadi: avval geometrik obyektlar koordinata tekisligi yoki fazosida quriladi, so‘ng kerakli tenglama va parametrlar hisoblanadi, keyin Intersect, Distance kabi buyruqlar hamda dinamik tasvir orqali natija tekshiriladi. Yakunda esa qisqa analitik izoh berilib, umumiy xulosa chiqariladi. Ushbu yondashuv masalani yechishda geometrik ma‘noni yo‘qotish, shartlarni e‘tibordan chetda qoldirish va parametrlarni noto‘g‘ri talqin qilish kabi xatolarni kamaytirishga xizmat qiladi.

Kalit so‘zlar: GeoGebra, analitik geometriya, 3D geometriya, sfera va tekislik, masofa, kesishish.

Аннотация: В данной статье представляется простой и понятный методический подход к решению задач по аналитической геометрии в 2D и 3D с использованием GeoGebra. Подход строится по схеме «модель – вычисление – проверка – объяснение»: сначала геометрические объекты строятся на координатной плоскости или в пространстве, затем вычисляются необходимые уравнения и параметры, после чего результат проверяется с помощью команд Intersect, Distance и динамической визуализации. В завершение приводится краткое аналитическое объяснение и формулируются общие выводы. Такой подход помогает уменьшить типичные ошибки: потерю геометрического смысла, игнорирование условий задачи и неверную трактовку параметров.

Ключевые слова: GeoGebra, аналитическая геометрия, 3D-геометрия, сфера и плоскость, расстояние, пересечение.

Abstract: This article presents a simple and clear methodological approach to solving 2D and 3D problems in analytic geometry using GeoGebra. The approach follows a “model–calculation–verification–explanation” sequence: first, geometric objects are constructed in the coordinate plane or space; then the required equations and parameters are computed; next, the results are verified using commands such as Intersect and Distance along with dynamic visualization. Finally, a brief analytic explanation is provided and general conclusions are drawn. This approach helps reduce common mistakes such as losing the geometric meaning, overlooking given conditions, and misinterpreting parameters.



Keywords: *GeoGebra, analytic geometry, 3D geometry, sphere and plane, distance, intersection.*

Kirish

Yuqori matematika kursida analitik geometriya talabani keyingi yo'nalishlari (chiziqli algebra, matematik analiz, differensial tenglamalar, optimallashtirish, kompyuter grafika) uchun tayanch rol o'ynaydi. Amaliy mashg'ulotlarda tipik muammo shundan iboratki, ko'plab talabalar masalani faqat algebraik manipulyatsiya sifatida bajaradi, lekin obyektning geometrik ma'nosini (normal vektor, perpendikulyarlik, kesishish sharti, invariantlar) izchil tushuntirib bera olmaydi; yoki aksincha, rasmga ortiqcha tayanib, aniq hisoblash va shartlarni tekshirishda xato qiladi. GeoGebra bunday uzilishlarni yopishga qulay, chunki u bitta muhitda Algebra (tenglamalar), Graphics/3D (dinamik chizma) va CAS/Jadval (hisoblash va parametrlash) ko'rinishlarini birlashtiradi. Natijada talaba "tenglama $\rightarrow$ obyekt" va "obyekt $\rightarrow$ tenglama" yo'nalishlarini bir vaqtning o'zida ko'ra oladi: kesishish nuqtasini topadi, uni tenglamalarga qo'yib tasdiqlaydi, masofani komanda bilan olib, perpendikulyar oyoq orqali qayta hisoblab tekshiradi.

Metodologiya va GeoGebra instrumentlari

Maqolada metodologiya sifatida "model-hisob-tekshiruv-asoslash" sikli taklif etiladi. Birinchi bosqichda obyektlar (nuqta, chiziq, tekislik, konik kesim) koordinata fazosida aniq quriladi; bu bosqich shartni "ko'rinadigan" qiladi. Ikkinchi bosqichda hisoblashlar bajariladi: parametrik tenglamalar tuziladi, kerakli koeffitsientlar topiladi, CAS yordamida algebraik soddalashtirish amalga oshiriladi. Uchinchi bosqich tekshiruvga ajratiladi: Intersect komandasidan foydalanib kesishishlar olinadi, Distance yordamida masofalar hisoblanadi, Angle orqali perpendikulyarlik va burchaklar nazorat qilinadi. To'rtinchi bosqichda esa natija qisqa analitik izoh bilan mustahkamlanadi: qaysi shartlar ostida yechim mavjud, maxsus holatlar (parallel, urinma, vertikal chiziq) qanday ajraladi va umumlashtirish qanday beriladi.

Natijalar va amaliy tavsiyalar

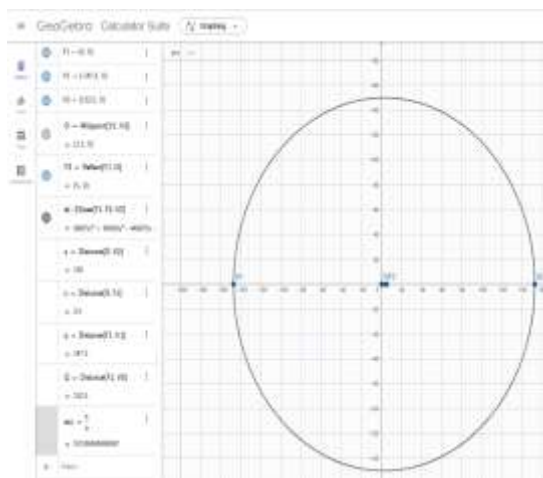
Amaliy mashg'ulotlarni tashkil etishda "masalalar andozasi" (template) yondashuvi samarali: har bir masala turiga GeoGebra'da qayta ishlatiladigan minimal konstruktsiya tayyorlanadi (o'qlar, nuqtalar, slayderlar, asosiy komandalar, tekshiruv maydoni) va talabalar shu shablonni to'ldirib boradi. Masalan, chiziq-tekislik kesishishida Intersect yordamida kesishish nuqtasi olinadi, so'ng chiziq parametrik tenglamasi tekislik tenglamasiga qo'yilib analitik yechim topiladi va natijalar mosligi tekshiriladi; nuqta-tekislik masofasida Distance natijasi normal yo'nalish bo'yicha qurilgan perpendikulyar oyoq orqali qayta hisoblanadi. Baholash uchun rubrika tavsiya etiladi: (i) modelning to'g'riligi (0–6), (ii) analitik yechim izchilligi (0–6), (iii) GeoGebra bilan tekshiruv va xatoni tuzatish (0–4), (iv) izoh va umumlashtirish (0–4).

masala. Yer fokuslaridan birida Quyosh joylashgan ellips bo'ylab harakatlanadi. Yerdan Quyoshgacha eng yaqin masofa taqriban 147,5 million kilometr, eng uzoq'i esa 152,5 million kilometrdir. Yer orbitasining katta yarim o'qi va eksentrisitetini toping.

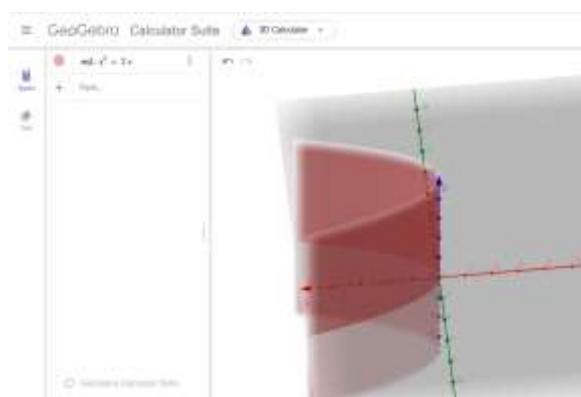
Bu masalani Geogebra dasturidan foydalanib yechamiz.

Geogebra dasturini faollashtiramiz, agar bu dastur o'rnatilmagan bo'lsa, Internetdan online usulda ishlatish mumkin; A va B nuqtalarni ellipsning fokuslari deb tanlab olib, ellipsda yotgan C nuqtada Yer, A nuqtada Quyosh joylashgan deb faraz qilsak, masala shartiga asosan $AC = 152,5 \text{ mln. km}$, $BC = 147,5 \text{ mln. km}$, bundan

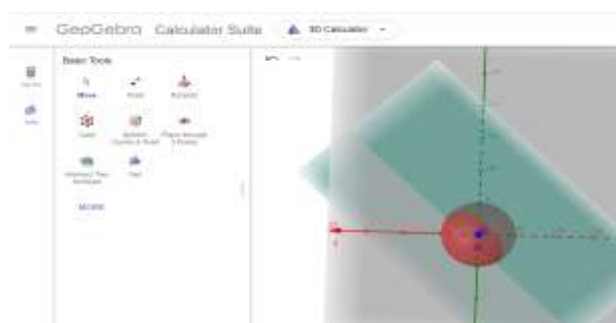
$AB = AC - BC = 2c = 5 \text{ mln. km}$ kelib chiqadi. U holda $a = AC - c = 147,5 + 2,5 = 150 \text{ mln. km}$, ellipsning eksentrisiteti esa $e = c / a = 0,02$ bo'ladi.



2-masala. $y^2 = 2x$ tenglama bilan berilgan sirtni chizing. Bu masalani yechishga ham Geogebra dasturini qo'llaymiz: 1) Geogebra dasturi komandalar kiritish paneliga “ $y^2 = 2x$ ” ni yozamiz; 2) “ 3D Calculator ” da silindrik sirt hosil bo'ladi. Haqiqatan ham tenglamada z o'zgaruvchi qatnashmagani uchun sirt yasovchisi Oz o'qiga parallel bo'ladi.



3-masala. Radiusi 5 ga teng bo'lgan sfera va $x + y + z = 2$ tekislikning kesishish grafigini chizich. Kesimda foyda bo'lgan jism tasvirlanishini ko'rsatish.



Xulosa

GeoGebra dasturidan foydalanish analitik geometriyada yechimni "tez topish" emas, balki yechimni nazoratli qurish va tasdiqlash (verifikatsiya)ni tizimlashtirish imkonini beradi. Model–hisob–tekshiruv–asoslash sikli talabaning geometrik ma'noni yo'qotishiga yo'l qo'ymaydi: natija bir vaqtning o'zida vizual va analitik jihatdan



tasdiqlanadi, maxsus holatlar alohida ajratiladi va umumlashtirishga kelinadi. Intersect va Distance kabi komandalar didaktik jihatdan kalkulyator emas, laboratoriya instrumenti sifatida qo‘llanganda, talabalar shartlarni ajratish, yechimni tekshirish va mantiqiy asoslash kompetensiyalarini barqaror shakllantiradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Sodiqov E.X., Madaminov M.R. **Analitik geometriya.** – Toshkent: “Fan va texnologiya”, 2018.
2. Qurbonov G.G‘., Hamdamov Z.N. **Analitik geometriyadan misol va masalalar to‘plami.** – Buxoro: BuxDU nashriyoti, 2021.
3. Murodov A., Teshaboyev O. **Geometriya: 10-sinf uchun darslik.** – Toshkent: “O‘qituvchi”, 2022.
4. GeoGebra Classic (Graphing/Geometry/3D/Statistics) – rasmiy sahifa.
5. GeoGebra 3D Calculator – rasmiy sahifa.
5. Hohenwarter, M. va boshq. GeoGebra’ning ta’limiy integratsiyasi bo‘yicha ilmiy-metodik ishlanmalar.