



MAKTAB MATEMATIKA KURSIDA IRRATSIONAL TENGLAMALARNI YECHISH METODIKASI

Xamzaqulov Erjigit Abdubasharovich,

GulDPI "Aniq fanlar" kafedrası o'qituvchisi.

Xamzaqulova Shaxnoza Shuxrat qizi

GulDPI Ta'lim va tarbiya nazariyasi va metodikasi magistranti

E-mail; xamzaquloverjigit25@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada maktab matematika kursida irratsional tenglamalar mavzusini o'qitish metodikasi, uning o'quv jarayonidagi o'rni, yechish usullari, o'quvchilarda uchraydigan xatolar va ularni bartaraf etish yo'llari tahlil qilinadi. Shuningdek, irratsional tenglamalarning turli metodlar orqali yechilishi misollar bilan asoslab beriladi.

Kalit so'zlar: irratsional tenglama, aniqlanish sohasi, chet ildiz, kvadratga ko'tarish, yangi o'zgaruvchi kiritish.

Abstract: This article will analyze the methodology of teaching the topic of irrational equations in the school mathematics course, its role in the educational process, methods of solving, errors encountered by students, and ways to eliminate them. It will also provide examples of solving irrational equations using various methods.

Keywords: irrational equation, field of detection, edge root, squaring, introducing a new variable.

Аннотация: В данной статье будет проанализирована методика преподавания темы иррациональных уравнений в школьном курсе математики, ее роль в учебном процессе, методы решения, ошибки, встречающиеся у учащихся, способы их устранения. Также на примерах обосновано решение иррациональных уравнений различными методами

Ключевые слова: иррациональное уравнение, поле обнаружения, корень ребра, возведение в квадрат, введение новой переменной.

KIRISH

Maktab algebra kursida tenglamalar alohida mavzu sifatida o'rganiladi. Ulardan biri bo'lgan irratsional tenglamalar VIII sinfdan kiritiladi va o'quvchilar uchun nisbatan murakkab mavzulardan hisoblanadi. Chunki bunday tenglamalarda noma'lum miqdor ildiz yoki kasr ko'rsatkichli daraja ostida bo'ladi. Mavzuni to'g'ri o'zlashtirish o'quvchilarning kelajakda murakkabroq algebraik masalalarni yechish malakasini shakllantiradi.



T a ‘ r i f. "Noma'lumlari ildiz ishorasi ostida bo'lgan tenglamalar irratsional tenglamalar deyiladi".

Bu ta'rifni kengroq ma'noda quyidagicha ham berish mumkin. "Noma'lumlari ildiz ishorasi ostida yoki kasr ko'rsatkichli daraja belgisi ostida bo'lgan tenglama irratsional tenglama deyiladi".

Masalan, $\sqrt{7-5x} = 6$, $x^{\frac{1}{2}} - 8 = 0$, $\sqrt{4x+8} + \sqrt{4x+5} = 7$, $\sqrt{1-\sqrt{2x^4-x^2}} = x-1$

va hokazo.

Maktab matematika kursida faqatgina kvadrat ildizlarni o'z ichiga olgan irratsional tenglamalarni yechish o'rgatiladi. Shuning uchun ham bu mavzu materialini o'tish jarayonida o'qituvchi o'quvchilarga sonning kvadrat ildizi va uning arifmetik ildizi degan tushunchalarni takrorlab tushuntirish lozim, chunki biz maktab algebra kursida faqat manfiy bo'lmagan sonlardan ildiz chiqarishni o'rgatamiz. $\sqrt{-3}, \sqrt{-7}, \sqrt{-36}, \dots$ lar haqiqiy sonlar maydonida ma'noga ega emas.

Biz musbat sonning kvadrat ildizi deganda uning arifmetik ildizini, ya'ni uning musbat qiymatlarini tushunamiz. Masalan, $\sqrt{9} = \pm 3$ bo'ladi, ammo -3 soni arifmetik ildiz bo'la olmaydi, 3 soni esa 9 sonning arifmetik ildizidir.

Irratsional tenglamaning yechishdan avval uning aniqlanish sohasini topish lozim.

M i s o l. $\sqrt{4x-8} + \sqrt{1+x} = 2$ tenglamaning aniqlanish sohasi topilsin.

Yechish. $4x-8 \geq 0$ va $1+x \geq 0$ bu tengsizliklardan: $x \geq 2$ va $x \geq -1$. Demak, bu tenglamaning aniqlanish sohasi $x \geq 2$ bo'ladi. Haqiqatdan ham, bu tenglama yechilsa, uning ildizi 2 ga teng yoki undan katta son chiqishi uning aniqlanish sohasidan ko'rinadi.

Irratsional tenglamalar ayniy shakl almashtirishlar orqali ratsional tenglama ko'rinishiga keltiriladi. Irratsional tenglamalarni yechish uchun eng ko'p ishlatiladigan shakl almashtirish berilgan tenglikning har ikkala tomonini bir xil

darajaga ko'tarish va $\sqrt{f(x)} \cdot \sqrt{g(x)} = \sqrt{f(x)g(x)}$, $\frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{g(x)}} = \sqrt{\frac{f(x)}{g(x)}}$ kabi usullardir.

Bunday shakl almashtirishlarni bajarish jarayonida yechilayotgan tenglama uchun chet ildiz hosil bo'lishi mumkin, chunki bu ayniy tengliklarning o'ng tomonlarining aniqlanish sohasi chapga qaraganda kengroqdir.

Teorema. Agar $f(x)=g(x)$ (1) tenglamaning har ikkala qismini kvadratga ko'tarilsa, berilgan tenglama uchun chet ildiz hosil bo'ladi, bu chet ildiz $f(x)=-g(x)$ tenglamaning ildizidir.

I s b o t i. Agar (1) tenglamaning har ikkala tomonini kvadratga ko'tarsak, $[f(x)]^2 = [g(x)]^2$ yoki $[f(x)]^2 - [g(x)]^2 = 0$. Bu degan so'z $[f(x)-g(x)][f(x)+g(x)] = 0$ deganidir. Bunda quyidagi ikki hol bo'lishi mumkin: 1) agar $f(x)-g(x)=0$ bo'lsa, $f(x)+g(x) \neq 0$ u holda $f(x)=g(x)$ bo'ladi; 2) agar $f(x)+g(x)=0$ bo'lsa, $f(x)-g(x) \neq 0$ u holda



$f(x)=-g(x)$ bo'ladi. Demak, hosil bo'ladigan chet ildiz yoki $[f(x)]^2-[g(x)]^2=0$. tenglamaning ildizi bo'ladi.

Misol. $3x=8$ tenglama berilgan bo'lsin. Bu tenglamaning har ikkala tomonini kvadratga ko'tarsak, $9x^2=64$ bo'ladi. Bundan $(9x^2-64=0) \Rightarrow (3x-8)(3x+8)=0$.

1) agar $3x-8=0$ bo'lsa, $3x+8 \neq 0$ bundan $x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

2) agar $3x+8=0$ bo'lsa, $3x-8 \neq 0$ bundan $x = -\frac{8}{3} = -2\frac{2}{3}$

Bunda $x = -2\frac{2}{3}$ chet ildizdir, haqiqatda ham $3 \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) = 8$ bundan $-8=8$, bu $x =$

$-2\frac{2}{3}$ yechim tenglamani qanoatlantirmaydi deganidir. Bu chet ildiz $3x=8$

tenglamaning har ikkala tomonini kvadratga ko'tarish natijasi da hosil bo'ladi. Maktab matematika kursida irratsional tenglamalarni yechish quyidagi ikkita usul orqali amalga oshiriladi:

1) irratsional tenglamaning har ikkala tomonini bir xil darajaga ko'tarish;

2) yangi o'zgaruvchilar kiritish usuli;

Irratsional tenglamalarning ikkala tomonini bir xil darajaga ko'tarish usuli quyidagi ketma-ketlik asosida amalga oshiriladi:

a) berilgan irratsional tenglama $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$ ko'rinishga keltiriladi;

b) bu tenglamaning ikkala tomoni n darajaga ko'tariladi;

v) hosil bo'lgan $f(x)=g(x)$ ratsional tenglama hosil bo'ladi;

g) natijada $f(x)=g(x)$ ratsional tenglama yechiladi va tekshirish orqali chet ildiz aniqlanadi.

1 - m i s o l. $\sqrt{3x+4} = x$ tenglama yechilsin.

Yechish. Tenglamaning aniqlanish sohasini topamiz: $x \geq 0$ va $3x+4 \geq 0$, bundan $x \geq \frac{4}{3}$.

1 - usul. Har ikkala tomonini kvadratga ko'tarsak, $[(\sqrt{3x+4})^2 = x^2] \Rightarrow [3x+4 = x^2]$. Bundan $x^2-3x-4=0$ tenglamani hosil qilamiz. Uning yechimlari $x_1=4$ va $x_2=-1$. $x_2=-1$ yechim $\sqrt{3x+4} = x$ tenglama uchun chet ildizdir, chunki u tenglamani qanoatlantirmaydi.

2-usul. $[(\sqrt{3x+4})^2 = x^2] \Rightarrow (3x+4=x^2) \Rightarrow$

$\{[x^2-(3x+4)]=0\} \Rightarrow (x-\sqrt{3x+4})(x+\sqrt{3x+4})=0$

1) Agar $x-\sqrt{3x+4}=0$ bo'lsa, $x+\sqrt{3x+4} \neq 0$ bo'ladi, bundan $x=\sqrt{3x+4}$ berilgan tenglama hosil bo'ladi, buning yechimi $x=4$ bo'ladi.

2) Agar $x+\sqrt{3x+4}=0$ bo'lsa, $x-\sqrt{3x+4} \neq 0$ bo'ladi, bundan $x=-\sqrt{3x+4}$ bo'ladi, buning yechimi $x=-1$ dir.





Demak, $\sqrt{3x+4} = x$ tenglamaning har ikkala tomonini kvadratga ko'tarish natijasida $x=-1$ chet ildiz hosil bo'ladi, $x=4$ esa uning haqiqiy yechimi bo'ladi.

Irratsional tenglamalarni yangi o'zgaruvchilar kiritish usuli bilan ham yechiladi.

2-misol. $\sqrt[3]{x+45} - \sqrt[3]{x-16} = 1$ irratsional tenglama yechilsin.

Yechish.

1-usul. $\sqrt[3]{x+45} = u$, $\sqrt[3]{x-16} = v$ deb belgilasak, bulardan $x+45=u^3$ va $x-16=v^3$

hamda $u-v=1$ bo'ladi. Bulardan sistemani hosil qilamiz:

$$\begin{cases} u^3 - v^3 = 61, \\ u - v = 1. \end{cases}$$

$$(u-v)(u^2 + uv + v^2) = 61; \quad u^2 + uv + v^2 = 61; \quad u = v + 1;$$

$$(v+1)^2 + (v+1)v + v^2 = 61; \quad 3v^2 + 3v - 60 = 0; \quad v^2 + v - 20 = 0;$$

$$v_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{2} = \frac{-1 \pm 9}{2};$$

$$v_1 = -5; \quad v_2 = 4; \quad x_1 = v_1^3 - 45 = -109;$$

$$x_2 = v_2^3 + 16 = 4^3 + 16 = 64 + 16 = 80;$$

2-usul. Tenglamaning ikkala tomonini kubga ko'taramiz:

$$(\sqrt[3]{x+45} - \sqrt[3]{x-16})^3 = 1^3$$

yoki

$$x+45 - x+16 - 3\sqrt[3]{(x+45)(x-16)}(\sqrt[3]{x+45} - \sqrt[3]{x-16}) = 1 \quad 61 - 3\sqrt[3]{(x+45)(x-16)} = 1,$$

bundan $\sqrt[3]{(x+45)(x-16)} = 20$, $(x+45)(x-16) = 8000$, $x^2 + 29x - 8720 = 0$. Bu tenglamani yechsak, $x_1 = -109$ va $x_2 = 80$ yechimlar kelib chiqadi.

3-misol. $\sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$ tenglama yechilsin.

Yechish. $\sqrt[3]{2-x} = u$ va $\sqrt{x-1} = v$ desak, u holda $u^3 = 2-x$, $v^2 = x-1$, $v + u = 1$, $v \geq 0$.

Bu tengliklardan $\begin{cases} u^3 + v^3 = 1 \\ v + u = 1 \end{cases}$ sistemani hosil qilib uni yechamiz.

$$v = 1 - u; \quad u^3 + u^2 - 2u = 0; \quad u(u^2 + u - 2) = 0, \text{ bundan}$$

$$u_1 = 0; \quad u_2 = -2; \quad u_3 = 1; \quad v_1 = 1; \quad v_2 = 3; \quad v_3 = 0.$$

Bularga asosan:

$$1) \quad \sqrt[3]{2-x} = 0, \quad 2) \quad \sqrt[3]{2-x} = -2, \quad 3) \quad \sqrt[3]{2-x} = 1,$$

$$2-x=0, \quad 2-x=-8, \quad 2-x=1,$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 10, \quad x_3 = 1.$$

Javob. $x_1 = 2$; $x_2 = 10$; $x_3 = 1$.

Xulosa

Irratsional tenglamalar maktab matematika kursida alohida ahamiyatga ega bo'lib, ular o'quvchilarning mantiqiy fikrlash, algebraik transformatsiyalarni qo'llay bilish, aniqlanish sohasini to'g'ri aniqlash ko'nikmalarini shakllantiradi. Mavzuni chuqur



o'rgatish uchun o'qituvchi metodik yondashuvlardan, turli usullarni taqqoslab ko'rsatishdan va ko'p bosqichli misollarni tahlil qilishdan foydalanishi zarur.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018-yili 5-sentyabrdagi – Xalq ta'limitizimiga boshqaruvning yangi tamoyillarini joriy etish chora tadbirlari
2. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining PF-5847 sonli “ Oliy ta'lim vazirligining 2030- yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risidagi “ farmoni.
3. Abdubasharovich, X. E. (2024). MODULLI FUNKSIYANING HOSILASI VA UNI TA'LIM METODI BILAN TAHLILI.
4. Маматов, А. З., Рахманов, Ж. Т., & Хамзакулов, Э. А. (2025). МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЁТА ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПРЯМОТОЧНОГО СУШИЛЬНОГО БАРАБАНА. *Строительство и образование*, 4(1), 231-237.
5. Hamzaqulov, E., & To'xtayeva, A. (2024). THE CONCEPT OF NUMERIC AND LETTER EXPRESSIONS IN PRIMARY GRADES. EXPRESSION WITH VARIABLE. *Modern Science and Research*, 3(2), 90-93.
6. Hamzaqulov, E. (2024). DERIVATIVE OF A MODULAR FUNCTION AND ITS ANALYSIS BY LEARNING METHOD. *Modern Science and Research*, 3(2), 943-946.