

IKKINCHI TARTIBLI CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISH NAZARIY ASOSLARI

Jo‘raqulova Munisa O‘ktam qizi

*Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy Universiteti Jizzax Filiali
Amaliy matematika yo‘nalishi 3-kurs talabasi*

Annotatsiya. Ushbu maqolada ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalarni yechish masalasi va uning samarali usullari yoritilgan. Shuningdek, o‘zgarmas koeffitsiyentli ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalarning umumiy ko‘rinishi, bir jinsli va bir jinslimas tenglamalar tushunchasi va ularni yechishda qo‘llaniladigan asosiy nazariy yondashuvlar hamda Koshi masalasining mazmuni tahlil qilingan.

Kalit so‘zlar: *Differensial tenglama, ikkinchi tartibli differensial tenglama, Koshi masalasi, chiziqli bog‘liq funksiyalar, chiziqli differensial tenglamalar, umumiy yechim*

KIRISH. Differensial tenglamalar fizika, mexanika, differensial geometriya, variatsion hisob, issiqlik texnikasi, elektrotexnika, kimyo, biologiya hamda iqtisodiyot kabi fanlarda keng qo‘llaniladi. Mazkur fanlarda uchraydigan ko‘plab jarayonlarni differensial tenglamalar yordamida ifodalash va tahlil qilish mumkin. Ushbu tenglamalarni o‘rganish orqali o‘rganilayotgan jarayonning mohiyati, uning rivojlanish qonuniyatlari va dinamikasi haqida muayyan tasavvurga ega bo‘lamiz.

Differensial tenglamalar aslida tadqiq etilayotgan jarayonning matematik modeli hisoblanadi. Model qanchalik mukammal tuzilgan bo‘lsa, u orqali olinadigan natijalar ham shunchalik aniq va to‘liq bo‘ladi. Shu bois, tabiatda uchraydigan turli jarayonlarni ko‘pincha bir xil differensial tenglama tavsiflay oladi. Masalan, issiqlik o‘tkazuvchanlik, elektr zaryadlarning taqsimlanishi yoki biologik populyatsiya o‘sishi jarayonlari turli mazmunga ega bo‘lsa-da, ular bir xil matematik shaklga ega differensial tenglamalar yordamida modellastirilishi mumkin.

Ta’rif. Differensial tenglama — bu

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (1)$$

erkli o‘zgaruvchi (x), noma’lum funksiya (y) va uning hosilalari o‘rtasidagi bog‘lanishni ifodalovchi tenglamadir.

Bunda ko‘rilayotgan sohada o‘z argumentlarining uzluksiz funksiyasidir. (1) Ammo ba’zi tenglamalarda bu elementlardan ayrimlari ishtirok etmasligi mumkin, ammo differensial tenglama hisoblanishi uchun kamida bitta hosila mavjud bo‘lishi shart. Differensial tenglamada qatnashgan hosilalarning eng yuqori tartibi differensial tenglama

tartibi deb ataladi. Masalan, (1)-tenglama n-tartibli differensial tenglamadir. Agar tenglamadagi noma'lum funksiya faqat bitta erkli o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa, bunday tenglamaga oddiy differensial tenglama deyiladi (ODT). Agar tenglamadagi noma'lum funksiya bir nechta erkli o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa, u holda tenglamada shu o'zgaruvchilar bo'yicha olingan xususiy hosilalar ishtirok etishi mumkin. Bunday tenglamalarga xususiy hosilali differensial tenglamalar (XHDT) deyiladi. Masalan, noma'lum funksiya

$$u = u(x, y)$$

ko'rinishda berilgan bo'lsin.

U holda

$$F\left(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = 0 \quad (2)$$

tenglamaga ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.

$$F\left(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right) = 0 \quad (3)$$

ga esa birinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.

IKKINCHI TARTIBLI CHIZIQLI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN KOSHI MASALASI

Bu ko'rinishdagi tenglama ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglama deyiladi:

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x) \quad (4)$$

Ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamaning umumiy yechimini birinchi tartibli differensial tenglamaning umumiy yechimini ko'rsatgandek, ko'rsatib bo'lmaydi. Shuning uchun ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamaning tatbiq uchun zarur hisoblangan xususiy hollarini ko'rib o'tamiz. Jumladan, o'zgarmas koeffitsiyentli ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamani qaraymiz. Uning umumiy ko'rinishi quyidagicha:

$$y'' + py' + qy = f(x) \quad (5)$$

bu yerda; p, q lar o'zgarmas kattaliklar hisoblanadi.

Agar $f(x) \neq 0$ bo'lsa, (5) tenglama ikkinchi tartibli bir jinslimas chiziqli differensial tenglama deyiladi.

Agar $f(x) = 0$ bo'lsa, (5) tenglamaq bir jinslim chiziqli differensial tenglama deyiladi.

$$y'' + py' + qy = 0 \quad (6)$$

(5) va (6) differensial tenglamalarni yechishni o'rganishdan oldin chiziqli bog'liq hamda chiziqli bog'liq bo'lmagan (erkli) funksiyalar tushunchasi bilan tanishamiz.

$y_1(x)$ va $y_2(x)$ funksiyalar $[a; b]$ kesmada berilgan bo‘lsin. Agar shunday o‘zgarmas a_1 va a_2 sonlar uchun (ulardan hech bo‘lmaganda bittasi noldan farqli)

$$a_1 y_1(x) + a_2 y_2(x) = 0 \quad (7)$$

ayniyat o‘rinli bo‘lsa, u holda $y_1(x)$ va $y_2(x)$ funksiyalar chiziqli bog‘liq funksiyalar deyiladi.

Agar (7) ayniyat faqat $a_1 = a_2 = 0$ bo‘lganda o‘rinli bo‘lsa, u holda $y_1(x)$ va $y_2(x)$ funksiyalar chiziqli bog‘liq bo‘lmagan erkli funksiyalar deyiladi.

Teorema. (5) tenglamaning umumiy yechimi shu tenglama xususiy yechimi bilan

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0 \quad (8)$$

tenglamaning umumiy yechimi yig‘indisiga teng bo‘ladi:

$y'' + py' + qy = f(x)$ tenglamaning

$$y = y_0, y'(x_0) = v_0$$

shartni qanoatlantiruvchi yechimini izlash masalasi **Koshi masalasi** deyiladi.

XULOSA

Ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar nazariyasi matematik modellashirishning muhim bo‘g‘ini hisoblanadi. Ularning yechimi nafaqat nazariy ahamiyatga, balki texnika, fizika, biologiya va iqtisodiyotda bevosita amaliy qo‘llanilish imkoniyatiga ham ega. Koshi masalasi differensial tenglamalarni aniq sharoitlarda yechishga xizmat qiladi va bu orqali real jarayonlarni to‘liqroq ifodalash mumkin bo‘ladi. Shuningdek, chiziqli bog‘liq va bog‘liq bo‘lmagan funksiyalar tushunchasi yechimlarning to‘la va mukammal tuzilishini belgilaydi. Shu sababli, ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalarni yechish usullarini chuqur o‘rganish zamonaviy ilm-fan va texnikada dolzarb ahamiyat kasb etadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Т. Жураев, А. Саъдуллаев, Г. Худойбергенов, Х. Мансуров, А. Ворисов. Олий математика асослари. I қисм, Т., “Ўзбекистон”, 1995.
2. X. Latipov, Sh.Tojiyev, R.Rustamov. Analitik geometriya va chiziqli algebra. –Т., “O‘qituvchi”, 1995.
3. F.R. Rajabov, A.N.Nurmetov. Analitik geometriya va chiziqli algebra. –Т., “O‘qituvchi”, 1990.
4. Sh.I.Tojiyev. Oliy matematikadan masalalar yechish. –Т., “O‘zbekiston”. 2002.