

**TRIGONOMETRIK TENGLAMALAR MAVZUSINI
ZAMONAVIY O'QITISH TIZIMI****СОВРЕМЕННАЯ СИСТЕМА ОБУЧЕНИЯ ТЕМЕ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ****MODERN TEACHING SYSTEM OF
TRIGONOMETRIC EQUATIONS TOPIC****Omonillayeva Zebiniso Omonillo qizi**

Toshkent shahar Shayhontohur tumani.

Toshkent Davlat Transport akademik litseyi

yetakchi o'qituvchisi Email: zeboomonillaeva@gmail.com**Turdaliyeva Nargiza Zafarjonovna**

Toshkent shahar Shayhontohur tumani.

Toshkent Davlat Transport akademik litseyi

bosh o'qituvchi Email: nargizaxonturdaliyeva84@gmail.com**Zaynutdinov Abdulla Saypitdin o'gli**

Toshkent shahar Shayhontohur tumani.

Toshkent Davlat Transport akademik litseyi

katta o'qituvchi Email: abdullazaynutdinov4760338@gmail.com

Annotatsiya: Umumiy maktab, kollaj va litseylarda trigonometriyani va bunga tegishli mavzularni yanada yaxshiroq tushuntirishni o'rgatishga yordam beradi. Bu maqola ta'lim tizimini yanada yaxshilash va siftili bilim berishni kuchayirish uchun zamonaviy texnikalarda (komputer texnologiyasi, aqilli doskalarda) trigonometriyani yanada yaxshiroq tushuntirish va o'quvchi shu mavzuni mukammal biladigan qilib dars o'tishda foydalansa bo'ladi. Bundan tashqari bu mavzu biroz murakkabligi uchun o'quvchi tushunishga qiynaladi, shuning uchun dars sifatini yaxshilash va o'quvchi trigonometriya haqida tushunchalar, trigonometrik tenglamalar mavzusini yanada yaxshi o'rgatishga yordam beramiz.

Kalit so'zlar: zamonaviy ta'lim, ta'lim sifatini yaxshilash, trigonometrik tenglamalar, kompyuter texnologiyalari, aqilli doskalar, trigonometriya haqida tushunchalar

Аннотация: Эта статья поможет лучше объяснить тригонометрию и соответствующие темы в общеобразовательных школах, колледжах и лицей. В статье рассматриваются современные технологии (компьютерные технологии, умные доски) для улучшения преподавания тригонометрии, чтобы учащиеся могли лучше усвоить данный предмет и овладеть знаниями. Кроме того, эта тема довольно сложная, и учащиеся испытывают трудности в понимании, поэтому статья направлена на улучшение качества обучения и помощь учащимся в освоении понятий по тригонометрии и тригонометрическим уравнениям.

Ключевые слова: современное образование, улучшение качества образования, тригонометрические уравнения, компьютерные технологии, умные доски, понятия по тригонометрии.

Annotation: This article helps in explaining trigonometry and related topics more effectively in general schools, colleges, and lyceums. It discusses modern technologies (computer technology, smart boards) for enhancing the teaching of trigonometry, enabling students to understand the subject better and become proficient in it. Additionally, due to the complexity of the topic, students often struggle to understand it, which is why the article aims to improve the quality of lessons and assist students in better learning concepts related to trigonometry and trigonometric equations.

Keywords: modern education, improving education quality, trigonometric equations, computer technologies, smart boards, trigonometry concepts.

KIRISH: Trigonometriya kursida trigonometrik funksiyalarni o'rganish alohida ahamiyatga ega. "Teskari trigonometrik funksiyalar" mavzusi metodologik nuqtai nazardan o'qituvchi uchun ham, tushunish va o'zlashtirish nuqtai nazaridan o'quvchi uchun ham eng qiyin mavzulardan biri hisoblanadi. Afsuski, maktab o'quv darsliklarida ushbu mavzuga tegishli e'tibor berilmagan. Masalan, amaldagi 10 sinf "Algebra va analiz asoslari II qism" darsligida faqat arksin, arkkosin, arktangens ta'riflari va ushbu ta'riflarni qo'llash uchun eng oddiy mashqlar berilgan. "Teskari trigonometrik funksiyalar" atamasi kiritilmagan. Shubhasiz, arkfunksiyalari tushunchalari va ularning xususiyatlari trigonometrik tenglamalar va tengsizliklar yechimining mohiyatini tushunishda muhim rol o'ynaydi. "Экономика и социум" №4(83) ч.2 2021 www.iupr.ru 933 Umumiy o'rta ta'lim maktab o'quvchilari teskari trigonometrik funksiyalarning xususiyatlarini tushunishda, eng oddiy trigonometrik tenglamalarni yechishda qiyinchiliklarga duch kelishadi. Umumiy o'rta ta'lim o'quvchilarining matematika fanini o'zlashtirish darajasini aniqlash maqsadida o'tkazilgan yozma ish natijalari L.M.Bronnikova, I.V. Kiselnikov, O.A.Tishchenkolar tomonidan o'rganib chiqildi, ularning asosiy maqsadi ko'p sonli o'quvchilarning topshiriqlarni bajarishdagi yo'l qo'ygan asosiy xatoliklarini tahlil qilishdan iborat edi. Bu o'rganishlardan etiborimizni teskari trigonometrik funksiyalarga doir amallarni bajarishda o'quvchilar yo'l qo'ygan xatolarga qaratamiz. Trigonometriya – bu burchaklar va trigonometrik funksiyalarni o'rganadigan matematik soha bo'lib, u geometriya va analizning asosiy qismlaridan biridir. Trigonometriya, o'z nomi bilan "triangle" (uchburchak) va "metron" (o'lchov) so'zlaridan kelib chiqqan bo'lib, uning asosiy maqsadi uchburchaklarning burchaklari va ularning uzunliklari orasidagi aloqalarni aniqlashdan iboratdir. Trigonometriya qadimgi yunon matematigiga asoslangan bo'lib, zamonaviy matematikaning ko'plab sohalarda, jumladan, fizikada, muhandislikda, astronomiyada va boshqa ilmiy sohalarda keng qo'llaniladi.

2. Trigonometriya asoslari

Trigonometriya asosida yotgan g'oya — burchaklar va trigonometrik funksiyalar orasidagi aloqalarni o'rganishdir. Trigonometriyaning asosiy trigonometrik funksiyalari quyidagilardir:

➤ **Sinus (sin):** Bir burchakning sinus qiymati, uning qarshisidagi tomonning gipotenuzaga bo'lgan nisbatidir.

➤ **Kosinus (cos):** Bir burchakning kosinus qiymati, uning qo'shni tomonning gipotenuzaga bo'lgan nisbatidir.

➤ **Tangens (tan):** Bir burchakning tangens qiymati, uning sinusining kosinusga bo'lgan nisbatidir.

➤ **Kotangens (cot):** Kotangens, tangensning qarama-qarshisi bo'lib, u kosinusning sinusga bo'lgan nisbatidir.

➤ **Sekans (sec):** Sekans, gipotenuzaning kosinusga bo'lgan nisbatidir.

➤ **Kosekans (csc):** Kosekans, gipotenuzaning sinusga bo'lgan nisbatidir.

Bu trigonometrik funksiyalar uchburchaklarning burchaklari va tomonlari o'rtasidagi bog'lanishlarni ifodalaydi. Bular, trigonometrik tenglamalar va identitetlar yordamida keng tarqalgan amaliy masalalarda qo'llaniladi.

3. Trigonometrik identitetlar

Trigonometrik identitetlar trigonometrik funksiyalar o'rtasidagi aloqalarni ko'rsatadi. Ba'zi eng mashhur trigonometrik identitetlar quyidagilardir:

➤ **Sinus va kosinus identiteti:**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

➤ **Tangens va kosinus identiteti:**

$$\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha$$

➤ **Sekans va kosinus identiteti:**

$$\sec \alpha = 1/\cos \alpha$$

Ko'rinadigan formulasiyalar

Trigonometriyada eng mashhur formulalar orasida **Ko'sinus teoremasi** va **Sinus teoremasi** mavjud:

Ko'sin teoremasi:

$$c^2 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha}$$

Sinus teoremasi:

$$\frac{1}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} = \frac{1}{\sin C}$$

Bu yerda:

✓ **a, b, c** — uchburchakning tomonlari,

✓ **A, B, C** — tegishli tomonlarga qarshi burchaklar.

Sinus teoremasi uchburchakning tomonlari va burchaklari orasidagi munosabatni aniqlashga yordam beradi. Bu teoremadan uchburchaklarning o'lchamlari berilgan

holatlarda (masalan, burchaklar yoki tomonlar) qolgan o'lchamlarni hisoblashda foydalanish mumkin.

4. Ba'zi tenglamalarni yechishda trigonometrik funksiyalarni kvadratlash usuli yordam beradi. Masalan, $\sin(\alpha) = \cos(\alpha)$ bo'lsa, har ikkala tomonni kvadratlash orqali yechimga kelishingiz mumkin.

Misol:

Tenglama: $\sin(x) = \cos(x)$

Ikkala tomonni kvadratlaymiz:

$$\sin^2(x) = \cos^2(x)$$

Bu Pifagor identifikatsiyasini ishlatish orqali yechimni topishga yordam beradi.

5. Qo'shish va Ayirish Formulalaridan Foydalanish

Trigonometrik tenglamalarni yechishda **qo'shish** va **ayirish** formulalarini ishlatish mumkin. Bu formulalar yordamida ko'proq murakkab trigonometrik funksiyalarni soddalashtirish mumkin.

Misol:

$\sin(A + B)$ yoki $\cos(A - B)$

Formula: $\sin(A+B) = \sin(A) \cdot \cos(B) + \cos(A) \cdot \sin(B)$

$$\cos(A+B) = \cos(A) \cdot \cos(B) - \sin(A) \cdot \sin(B)$$

Agar tenglama burchaklarni o'z ichiga olsa, suma va farq formulalaridan foydalanish orqali yechimni osonlashtiramiz.

6. Ko'paytirish yoki Bo'lish Formulalarini Ishlatish

Agar tenglama ko'paytirish yoki bo'lish ko'rinishida bo'lsa, unda $\sin(2x)$, $\cos(2x)$ kabi ikki marta burchak formulalarini ishlatish mumkin.

Misol:

Tenglama: $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$

Funksiyalarni O'zgartirish (Ekvivalent Formulalar)

Trigonometrik tenglamalarni yechishda ba'zi ekvivalent formulalardan foydalanish mumkin. Masalan, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ kabi formulalarni tenglamaning turli qismlariga qo'llash orqali yechimlarni topish osonlashadi.

Misol:

Tenglama: $\sin^2(x) - \cos^2(x) = 0$

Bu tenglamani quyidagi tarzda yechish mumkin:

$$\sin^2(x) = \cos^2(x)$$

Ikki tomonning kvadrat ildizini olish orqali:

$$\sin(x) = \pm \cos(x)$$

Keyinchalik, $\sin(x) = \cos(x)$ tenglamasini ishlatib yechimlarni topish mumkin.

Yuqorida keltirilgan formularga mavzuni yanada mustahkamlab olgani misollar ko'rib chiqsak:

Misol uchun:

$$6\cos^2 x + 5\sqrt{2} \sin x + 2 = 0$$

a) Tenglamani yeching, b) Tenglamani $[\pi; 5\pi/2]$ kesmadagi yechimlarini ko'rsating. O'quvchilar topshiriqni bajarishda arkfunksiyalarning qiymatlarini noto'g'ri hisoblashgan yoki arkfunksiyalarning manfiy argumentdagi qiymatini topa olmaganlar. Ushbu xatolar, tenglamaning ildizlari noto'g'ri ko'rsatilganligiga olib keladi, natijada masalaning birinchi bandi bajarilmaydi. Masalan: $\sin x = -1/2$ ko'rinishidagi sodda trigonometrik tenglamani yechishda: $\arcsin(-1/2)$ ning qiymatini $-\pi/6$ emas $-\pi/3$ ga teng deb hisoblashgan. O'qituvchilar uchun muammo: Bunday vaziyatda nima qilish kerak? Maktab o'quvchilari tomonidan materialni yaxshi o'zlashtirishi va oliy o'quv yurtlariga kirish imtihonlarida mavzuga doir masalalarni to'g'ri yechishlari uchun o'qituvchilar "teskarilanuvchanlik" va "teskari trigonometrik funksiyalar" tushunchalari bilan bog'liq qo'shimcha soatlarni o'tkazishlari kerak.

Ushbu qo'shimcha materialni o'rganishning asosiy uchta nuqtasiga to'xtalamiz:

1) Teskari funksiya yordamida arkfunksiyalar ta'riflarini kiritish;

2) $y = \sin x$ ($x \in [-\pi/2; \pi/2]$),

$y = \cos x$ ($x \in [0; \pi]$),

$y = \tan x$ ($x \in (-\pi/2; \pi/2)$),

$y = \cot x$ ($x \in (0; \pi)$)

funksiyalarning xossalriga asoslanib $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \arctan x$, $y = \operatorname{arccot} x$ funksiyalarining xususiyatlarini analitik ravishda hosil qilish;

3) "Trigonometrik funksiyalarni teskari trigonometrik funksiyalar orqali ifodalash", "Arkfunksiyalar qatnashgan ifodalarni soddalashtirish", "Ayniyatni isbotlash", "Arkfunksiyalar qiymatlarini trigonometrik funksiyalar qiymatlaridan hisoblash", "Teskari trigonometrik funksiyalarni teskari trigonometrik funksiyalar bo'yicha ifodalash", "Teskari trigonometrik funksiyalar qatnashgan tenglamalarni yechish", "Teskari trigonometrik funksiyalar qatnashgan tengsizliklarni yechish". Teskari trigonometrik funksiyalar mavzusida o'quvchilar bilan birgalikda dars mashg'ulotlarida quyidagi mashqlarni bajarishni tavsiya etish mumkin.

I. Misol uchun: $y = \arcsin(3x - 4)$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

Yechish: arcsinus funksiyasi $[-1; 1]$ kesmada aniqlanadi, shuning uchun funksiya aniqlanish sohasini topish uchun $-1 \leq 3x - 4 \leq 1$ tengsizlikni yechish kifoya!

Javob: $[1; 5/3]$

2. $y = \frac{9}{\pi} \arccos\left(\frac{3\sqrt{2} + \sin x - \cos x}{4\sqrt{2}}\right)$ funksiyaning qiymatlar sohasini toping. Yechish: Yuqorida keltirib o'tilgan yig'indini ko'paytmaga keltirish formulasidan foydalanamiz:

$\sin x - \cos x = \sin x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2\cos\frac{\pi}{4}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ Sinus funksiyaning qiymatlar sohasi $[-1; 1]$ kesma. Demak $\sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ funksiyaning qiymatlar sohasi $(-\sqrt{2})$ dan $(\sqrt{2})$ gacha.

Bundan $(3\sqrt{2} + \sin x - \cos x)$ funksiyaning qiymatlar sohasi $(2\sqrt{2})$ dan $(4\sqrt{2})$ gacha qiymatlarni qabul qiladi. $t = \frac{3\sqrt{2} + \sin x - \cos x}{4\sqrt{2}}$ kasr 0,5 va 1 oraliqda qiymatlarni qabul qiladi.

Bu qiymatlarda $\arccos 0,5 = \pi/3$ va $\arccos 1 = 0$, demak $t \in [0,5; 1]$ da $\arccos t \in [0; \pi/3]$.
Bu yerda $E(y) = E(9/\pi \cdot \arccos t) = [0; 3]$ Javob: $[0; 3]$

II. Ifodani qiymatini hisoblashga doir mashqlar. Ifoda qiymatini hisoblashda trigonometriya formulalaridan foydalaniladi.

3. $\sin(200 \arcsin(-0,5))$ ni qiymatini aniqlang.

Yechish: $\arcsin 0,5 = \pi/6$, shunda $\sin(200 \arcsin(-0,5)) = -\sin\left(\frac{200\pi}{6}\right) = -\sin(34\pi - 2\pi/3) = \sin(2\pi/3) = \sin \pi/3 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Javob: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

III. Teskari trigonometrik funksiyalarni o'z ichiga olgan tenglamalarni yechish. Arkfunksiyalarini o'z ichiga olgan tenglamalarni yechishda, tenglamalarni yechishning umumiy usullari, xususan, ma'lum bir algebraik tenglamaga olib keladigan o'zgaruvchilarni almashtirish usuli qo'llaniladi, shuning uchun o'quvchilar bilan algebraik tenglamalarni yechishning bilim va ko'nikmalarni umumlashtirish va tizimlashtirish bo'yicha dastlabki ishlar olib boriladi.

4. $2\arcsin^2 x - 7\arcsin x + 3 = 0$ tenglamani yeching.

$\arcsin x = z$ deb belgilash kiritib $2z^2 - 7z + 3 = 0$. Bunda tenglamaning ildizlari $z_1 = 3$ va $z_2 = 1/2$ ga teng. $z_1 = 3$ tenglamaning yechimi bo'l olmaydi chunki, $-\pi/2 \leq \arcsin x \leq \pi/2$.

$\arcsin x = 1/2$ tenglamani mikrokalkulyator yordamida yechib $x = \sin \frac{1}{2} \approx 0,4794$ ekanligini anqlaymiz.

Javob: $\sin \frac{1}{2}$

O'quvchilarning trigonometrik tenglama va tengsizliklarni to'g'ri va aniq yechishiga faqatgina ularga teskari trigonometrik funktsiyalar xususiyatlarini ifodalovchi ma'lum miqdordagi to'g'ri tanlangan misollar yechimini o'rgatish bilangina erishiladi. Teskari trigonometrik funktsiyalar mavzusida maqsadli o'qitish, nostandart masalani yechish bilan bog'liq faoliyatining ba'zi xususiyatlarini aniqlab, o'quvchilarning matematika faniga bo'lgan qiziqishini uyg'otishi va matematika faniga bo'lgan muhabbatini kuchaytirishi mumkin.

FOYDALANILGAN ADABYOTLAR:

- 1) **"Matematika darsligi"** (Yuqori sinflar uchun)
 - ✓ **Muallif:** S. M. Nikolayev
 - ✓ **Nashriyot:** "Mir" nashriyoti
 - ✓ **Chiqish yili:** 1980-yillar
- 2) **"Matematik analiz"**
 - ✓ **Muallif:** A. X. Rakhimov
 - ✓ **Nashriyot:** "O'qituvchi" nashriyoti
 - ✓ **Chiqish yili:** 2000-yillar
- 3) **"Matematika bo'yicha qo'llanma" (o'rta maktab uchun)**

- ✓ **Mualliflar:** S. S. Qodirov, B. B. Xo‘jaev
- ✓ **Nashriyot:** "O‘qituvchi" nashriyoti
- ✓ **Chiqish yili:** 1980-yillar
- 4) **"Algebra va analizning asoslari"**
- ✓ **Muallif:** S. R. Xasanov
- ✓ **Nashriyot:** "Fan" nashriyoti
- ✓ **Chiqish yili:** 1995-yil
- 5) **"Matematik analiz"**
- ✓ **Muallif:** V. A. Zorich
- ✓ **Nashriyot:** "Nauka" nashriyoti
- ✓ **Chiqish yili:** 1970-yillar
- 6) **"Geometriya"**
- ✓ **Muallif:** X. X. Alimov, M. S. Niyazov
- ✓ **Nashriyot:** "O‘qituvchi" nashriyoti
- ✓ **Chiqish yili:** 1990-yillar
- 7) **"Xisoblash matematika"**
- ✓ **Muallif:** L. A. Lyapunov
- ✓ **Nashriyot:** "Nauka" nashriyoti
- ✓ **Chiqish yili:** 1960-yillar