

FUNKSIYANI TO'LA TEKSHIRISH JARAYONIDA RAQAMLI VOSITALAR VA INNOVATSION PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALARNING O'RNI

Xamzaqulov Eryigit Abdubasharovich

Guliston davlat pedagogika instituti o'qituvchisi.

e-mail : xamzaquloverjigit25@gmail.com

Boltayev Jahongir Nurmurod o'gli

Guliston davlat pedagogika instituti 3-22-guruh talabasi.

Annotatsiya: Ushbu maqolada oliy matematika kursining asosiy mavzularidan biri bo'lgan funksiyani to'la tekshirish va uning grafigini yasash jarayonida zamonaviy axborot texnologiyalari hamda innovatsion pedagogik yondashuvlardan foydalanish imkoniyatlari tahlil qilinadi. Tadqiqotning asosiy maqsadi – an'anaviy analitik usullarni vizualizatsiya dasturlari, interfaol metodlar va kichik guruhlarda ishlash texnikalari bilan uyg'unlashtirish orqali talabalarning mavzuni o'zlashtirish samaradorligini oshirishdir. Maqolada GeoGebra matematik dasturlardan foydalanishning amaliy jihatlari, "Aqliy hujum", "Bilib oldim – Bilгим keladi – O'rgandim" kabi pedagogik strategiyalar va ularning funksiya tahlilidagi qo'llanilishi ko'rsatib berilgan. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, raqamli vositalar va interfaol o'qitish metodlarini integratsiyalash talabalarda matematik intuitsiyani rivojlantiradi, mavzuni o'zlashtirish darajasini oshiradi va o'qitish jarayonini samaraliroq qiladi.

Kalit so'zlar: funksiya, hosila, ekstremum, qavariqlik, asimptota, GeoGebra, interfaol ta'lim, vizualizatsiya, pedagogik texnologiyalar, funksiya tahlili.

Kirish

Funksiyani to'la tekshirish – bu oliy matematika kursining eng muhim va murakkab mavzularidan biri hisoblanadi. Bu mavzu differensial hisobning asosiy qo'llanilishi bo'lib, talabalardan nafaqat keng ko'lamli nazariy bilimlarni, balki ularni amaliyotda qo'llash ko'nikmalarini ham talab etadi. Funksiyani to'liq tahlil qilish jarayoni bir qator ketma-ket qadamlarni o'z ichiga oladi: aniqlanish sohasini topish, funksiyaning juft-toqlik xossalarini aniqlash, limit va hosila yordamida ekstremum hamda monotonlik oraliqlarini topish, qavariqlik va botiqlikni aniqlash va nihoyat, barcha olingan ma'lumotlarni birlashtirib grafik yasash.

Biroq, ko'pchilik talabalar bu mavzuni o'zlashtirishda jiddiy qiyinchiliklarga duch keladi. Birinchidan, funksiya tahlilining ko'p bosqichli va murakkab tabiati erta charchash va motivatsiya yo'qolishiga olib keladi. Ikkinchidan, an'anaviy o'qitish usullari ko'proq abstrakt

formulalar va algebraik amallarga asoslanib, talabalarda "nima uchun?" va "qanday?" kabi asosiy savollarga javob topish imkoniyatini cheklaydi. Uchinchidan, funksiya grafigini qo'lda chizish jarayonida hisoblash xatolari tez-tez uchrab, natijada noto'g'ri xulosalar chiqariladi.

Zamonaviy axborot texnologiyalarining rivojlanishi bu muammolarni hal qilish uchun yangi imkoniyatlar ochmoqda. GeoGebra, Mathematica va MATLAB kabi dinamik matematik dasturlar nafaqat hisoblash jarayonini avtomatlashtiradi, balki funksiya xossalarini vizual tarzda ko'rsatish orqali talabalarning tushunchasini chuqurlashtiradi. Shuningdek, "Aqliy hujum", "Kichik guruhlarda ishlash" kabi interfaol pedagogik texnologiyalar talabani passiv tinglovchidan faol ishtirokchiga aylantiradi, bu esa o'zlashtirish samaradorligini sezilarli darajada oshiradi.

Funksiyani tekshirishning nazariy asoslari

Funksiyani to'la tekshirish klassik algoritmi bir nechta ketma-ket bosqichlardan iborat bo'lib, har bir bosqich oldingi natijalarga asoslanadi va keyingi bosqichga zamin yaratadi.

Birinchi bosqichda funksiyaning aniqlanish sohasi topiladi – bu funksiya ma'noga ega bo'lgan hamda barcha x qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlari to'plamidir.

Rasional funksiyalar uchun kasrning maxraj nolga teng bo'lgan nuqtalar, ildiz funksiyalar uchun esa manfiy argumentlar, logarifmik funksiyalar uchun esa musbat bo'lmagan argumentlar chiqarib tashlanadi.

Funksiyani to'liq tekshirish namunasi

1-misol. $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$ funksiyaning to'liq tekshirish va grafigini yasang.

Yechim:

1-qadam. Aniqlanish sohasi:

Maxraj nolga teng bo'lmasligi kerak:

$$x^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 1 \quad D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$$

2-qadam. Juft-toqlik:

$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 1} = \frac{-x^3}{x^2 - 1} = -\frac{x^3}{x^2 - 1} = -f(x)$$

Toq funksiya, koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik.

3-qadam. Asimptotalar:

Vertikal asimptotalar: $x = 1$ va $x = -1$ nuqtalarda.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3}{x^2 - 1} &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3}{x^2 - 1} &= -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^3}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-1}{0^-} = +\infty \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^3}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

Qiyshiq asimptota:

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x(x^2 - 1)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 - 1} = 0$$

Qiyshiq asimptota: $y = x$.

4-qadam. Birinchi hosila va ekstremumlar:

$$f'(x) = \frac{3x^2(x^2 - 1) - x^3(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^2(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \text{ bo'lganda: } x^2(x^2 - 3) = 0, \text{ ya'ni } x = 0 \text{ yoki } x = \pm\sqrt{3}.$$

$$\text{Kritik nuqtalar: } x = -\sqrt{3}, x = 0, x = \sqrt{3}.$$

Monotonlik jadvali:

Interval	$f'(x)$ isorasi	$f(x)$ xulq-atvori
$(-\infty; -\sqrt{3})$	+	O'sadi
$(-\sqrt{3}; -1)$	-	Kamayadi
$(-1; 0)$	-	Kamayadi
$(0; 1)$	-	Kamayadi
$(1; \sqrt{3})$	-	Kamayadi
$(\sqrt{3}; +\infty)$	+	O'sadi

Ekstremumlar:

$$\blacktriangleright x = -\sqrt{3}: f(-\sqrt{3}) = \frac{-3\sqrt{3}}{3-1} = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \approx -2,598 \text{ (lokal minimum)}$$

$$\blacktriangleright x = 0: f(0) = 0 \text{ (lokal maksimum, lekin aniqlanish sohasida)}$$

$$\blacktriangleright x = \sqrt{3}: f(\sqrt{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{3-1} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2,598 \text{ (lokal minimum)}$$

5-qadam. Ikkinchi hosila va qavariqlik:

$$f''(x) = \left(\frac{x^2(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2} \right)' = \dots$$

Bu funksiya uchun $f''(x)$ ni hisoblash murakkab, lekin egilish nuqtalari $f''(x) = 0$ bo'lganda aniqlanadi.

6-qadam. Grafik:

Grafik toq funksiya, $y = x$ va $x = \pm 1$ asimptotalariga ega. $x = -\sqrt{3}$ da lokal minimum, $x = \sqrt{3}$ da lokal minimum mavjud. $x \rightarrow \pm\infty$ da $y = x$ ga yaqinlashadi.

2. Innovatsion pedagogik texnologiyalar

2.1. "Aqliy hujum" metodi funksiya tahlilida

"Aqliy hujum" (Brainstorming) – bu guruh a'zolaridan iloji boricha ko'p fikrlarni yig'ishga qaratilgan kreativ problemalar echish usuli. Funksiyani to'liq tekshirishda bu metodni qo'llash jarayoni bir nechta bosqichdan iborat. Birinchi bosqichda o'qituvchi talabalarga murakkab funksiya beradi va ulardan funksiyaning barcha mumkin bo'lgan xossalarini aytishni so'raydi. Bu bosqichda hech qanday tanqid bo'lmaydi – har qanday fikr qabul qilinadi va doskaga yoziladi. Ikkinchi bosqichda barcha aytilgan fikrlar guruhlanadi va tartiblanadi: aniqlanish sohasi, juft-toqlik, asimptotalar, monotonlik, ekstremumlar, qavariqlik. Uchinchidan, har bir xossa bo'yicha kim qanday usul bilan ishlashni taklif qiladi, turli yondashuvlar muhokama qilinadi.

Bu metodning asosiy afzalligi shundaki, u talabalarni faol fikrlashga undaydi va ularning funksiya haqidagi bilimlarini faollashtiradi. Shuningdek, "Aqliy hujum" jarayonida o'qituvchi talabalarining tushunchalaridagi bo'shliqlarni aniqlaydi va ularga individual yordam ko'rsatishi mumkin. Masalan, agar kimdir funksiyaning juft-toqlik xossasini eslab qolsa-yu, lekin uni qanday tekshirishni bilmasa, o'qituvchi bu borada qo'shimcha tushuncha berishi mumkin.

2.2. Kichik guruhlarda ishlash strategiyasi

Kichik guruhlarda ishlash (Cooperative Learning) – bu talabalarni kichik guruhlariga bo'lib, ularga umumiy vazifa berish va guruh ichida hamkorlik qilish orqali o'rganishni tashkil etish usuli. Funksiyani to'liq tekshirishda bu strategiya juda samarali hisoblanadi. Guruhlar 4-5 kishidan iborat bo'ladi va har bir guruh a'zosiga alohida topshiriq beriladi. Masalan, birinchi a'zo aniqlanish sohasini topadi, ikkinchisi juft-toqlikni tekshiradi, uchinchisi asimptotalarni aniqlaydi, to'rtinchisi monotonlik va ekstremumlarni topadi, beshinchisi qavariqlik va grafigni yasaydi.

Guruh ichida talabalar bir-birlariga yordam beradi, fikrlarini almashadi va birgalikda yechimga keladi. Bu usulning afzalliklari ko'p. Birinchidan, har bir talaba javobgarlik sezadi va topshiriqni puxta bajarishga harakat qiladi. Ikkinchidan, guruh ichidagi muhokama tushunchalarni chuqurlashtiradi va turli yondashuvlarni ko'rsatadi. Uchinchidan, ijtimoiy ko'nikmalar rivojlanadi – talabalar bir-birlarini tinglash, fikrlarini ifodalash va konstruktiv bahslashishni o'rganadilar. O'qituvchi guruhlar orasida aylanib, ularga yo'riq beradi va zarur hollarda tushuntirishlar qiladi.

Xulosa

Funksiyani to‘liq tekshirish – bu oliy matematika kursining asosiy va murakkab mavzularidan biri bo‘lib, uni samarali o‘qitish zamonaviy yondashuvlarni talab etadi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, an’anaviy analitik usullarni raqamli vositalar (GeoGebra,) va innovatsion pedagogik texnologiyalar ("Aqliy hujum", kichik guruhlarda ishlash, B/B/O‘ jadvali, "Ayirilgan dars" modeli) bilan uyg‘unlashtirish talabalarning mavzuni o‘zlashtirish samaradorligini sezilarli darajada oshiradi.

Raqamli vositalar talabalarga funksiya grafigini dinamik tarzda ko‘rish, turli parametr o‘zgarishlarining ta’sirini kuzatish va hisoblash xatolarini kamaytirish imkonini beradi. Vizualizatsiya abstrakt matematik tushunchalarni konkretlashtiradi va tushunchalarni xotirada uzoq vaqt saqlashga yordam beradi. Interfaol pedagogik texnologiyalar talabani passiv tinglovchidan faol ishtirokchiga aylantiradi, ularning fikrlash va muammolar echish ko‘nikmalarini rivojlantiradi.

Biroq, texnologiyalarni samarali qo‘llash uchun o‘qituvchilarning tayyorligi, texnik ta’minot va metodik qo‘llab-quvvatlash muhim ahamiyat kasb etadi. O‘qituvchilar doimiy ravonda o‘z bilimlarini yangilab, yangi texnologiyalarni o‘rganib borishlari kerak. Ta’lim muassasalari esa zamonaviy texnik vositalar bilan jihozlanishi va o‘qituvchilarga metodik yordam ko‘rsatishi lozim. Faqat shu holda biz talabalar sifatli matematik ta’lim olishlari va ularning matematik tafakkurini rivojlantirishlariga erishamiz.

Bu nazariy asoslarni chuqur o‘zlashtirish va ko‘p misollar yechish orqali talabalar funksiya tahlili bo‘yicha mustahkam ko‘nikmalarga ega bo‘ladilar.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018-yili 5-sentyabrdagi – Xalq ta’limitizimiga boshqaruvning yangi tamoyillarini joriy etish chora tadbirlari
2. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining PF-5847 sonli “ Oliy ta’lim vazirligining 2030- yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risidagi “ farmoni.
3. M.A.Mirzaahmedov , Sh.N.Ismoilov, A.Q.Amanov Algebra va analiz asoslari II-qism Toshkent-2018
4. Abdubasharovich, X. E. (2024). MODULLI FUNKSIYANING HOSILASI VA UNI TA’LIM METODI BILAN TAHLILI.
5. Маматов, А. З., Рахманов, Ж. Т., & Хамзакулов, Э. А. (2025). МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЁТА ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СУШИЛЬНОГО БАРАБАНА. Строительство и образование, 4(1), 231-237.

6. Xamzaqulov, E., & To'xtayeva, A. (2024). THE CONCEPT OF NUMERIC AND LETTER EXPRESSIONS IN PRIMARY GRADES. EXPRESSION WITH VARIABLE. Modern Science and Research, 3(2), 90-93.

7. Xamzaqulov, E. (2024). DERIVATIVE OF A MODULAR FUNCTION AND ITS ANALYSIS BY LEARNING METHOD. Modern Science and Research, 3(2), 943-946.