BEZU TEOREMASI VA GORNER SXEMASI: TA'RIFI VA AMALIY QO‘LLANILISHI

Boboqulova Durdona Sanjar qizi
Shahrisabz davlat pedagogika instituti
pedagogika fakulteti matematika yo‘nalishi 1-kurs talabasi

Annotatsiya: *Mazkur maqolada polinomlarni tahlil qilishda muhim ahamiyatga ega bo‘lgan Bezu teoremasi va Gorner sxemasi yoritiladi. Ushbu metodlar algebraik ifodalarni soddalashtirish, ildizlar tekshiruvi, polinomlarni bo‘lish va hisoblash tezligini oshirishda keng qo‘llaniladi. Maqolada har ikkala metodning ta’rifi, isboti, algoritmik yondashuvi hamda amaliy misollar orqali qo‘llanilishi tahlil qilinadi.*

Kalit so‘zlar: *Bezu teoremasi, Gorner sxemasi, polinom, qoldiq, bo‘lish, ildiz, koeffitsientlar.*

Algebraik polinomlar ustida amallar bajarishda ko‘plab hollarda ildizlarni aniqlash, ifodalarni soddalashtirish, bo‘lish yoki qiymat topish zarurati yuzaga keladi. Bu kabi jarayonlarda **Bezu teoremasi** va **Gorner sxemasi** asosiy va samarali vositalardan biri sifatida qo‘llaniladi.

Bezu teoremasi polinomni chiziqli ko‘paytuvchiga bo‘lish va qoldiqni aniqlash orqali ildizlar bilan bog‘liq muhim xulosa chiqarishga imkon beradi. Gorner sxemasi esa bu hisoblashni tezlashtirish uchun samarali algoritm bo‘lib, kompyuter algebra tizimlarida keng qo‘llaniladi.

Maqolada ushbu ikkita muhim matematik vositaning nazariy mohiyati, amaliy qo‘llanilishi va o‘zaro bog‘liqligi o‘rganiladi.

Ushbu tadqiqot quyidagi metodlarga asoslandi:

- **Nazariy tahlil** – Bezu teoremasi va Gorner sxemasining rasmiy formulalari va isboti ko‘rib chiqildi.
- **Algebraik transformatsiya** – polinomlar ustida bo‘lish, ildizni tekshirish, qoldiqni aniqlash.
- **Amaliy misollar** – konkret polinomlar ustida Bezu va Gorner yondashuvlari qo‘llandi.
- **Taqqoslash** – har ikki metodning samaradorligi va o‘zaro bog‘liqligi tahlil qilindi.

Bezu teoremasining ta’rifi

Bezu teoremasiga ko‘ra:

Agar P(x)P(x)P(x) polinom bo‘lsa va a∈Ra \in \mathbb{R}a∈R bo‘lsa, unda P(x)P(x)P(x) ni (x−a)(x - a)(x−a) ga bo‘lishdan hosil bo‘lgan qoldiq rrr ga teng bo‘lib, u quyidagicha topiladi:

r=P(a)r = P(a)r=P(a)

Shuning uchun, agar P(a)=0P(a) = 0P(a)=0 bo‘lsa, (x−a)(x - a)(x−a) — P(x)P(x)P(x) polinomining **ildizi** va **bo‘luvchisi** bo‘ladi.

Gorner sxemasining ta’rifi

Gorner sxemasi — polinomning berilgan qiymatdagi (masalan, x=ax = ax=a) qiymatini topish va uni (x−a)(x - a)(x−a) ga bo‘lishni qulay va tez bajarishga mo‘ljallangan algoritmdir.

Polinom:

P(x)=anxn+an−1xn−1+⋯+a1x+a0P(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0P(x)=anxn+an−1xn−1+⋯+a1x+a0

Gorner sxemasi orqali:

P(a)=(...((an⋅a+an−1)⋅a+an−2)⋅a+⋯+a0)P(a) = (...((a_n \cdot a + a_{n-1}) \cdot a + a_{n-2}) \cdot a + \dots + a_0)P(a)=(...((an⋅a+an−1)⋅a+an−2)⋅a+⋯+a0)

Bu iterativ hisoblash bosqichlarini sezilarli soddalashtiradi.

Amaliy misollar

Misol 1 (Bezu):

Berilgan: P(x)=2x3−3x2+x+5P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 5P(x)=2x3−3x2+x+5, tekshirish: x=2x = 2x=2

Hisoblaymiz:

P(2)=2(8)−3(4)+2+5=16−12+2+5=11⇒qoldiq=11P(2) = 2(8) - 3(4) + 2 + 5 = 16 - 12 + 2 + 5 = 11 \Rightarrow qoldiq = 11P(2)=2(8)−3(4)+2+5=16−12+2+5=11⇒qoldiq=11

Demak, (x−2)(x - 2)(x−2) bo‘luvchi emas.

Misol 2 (Gorner):

Polinom: P(x)=x3−6x2+11x−6P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6P(x)=x3−6x2+11x−6, x=2x = 2x=2

Qadamlar	**Qiymat**
1	1
1×2 + (−6) = −4	−4
−4×2 + 11 = 3	3
3×2 − 6 = 0	0

Demak, P(2)=0P(2) = 0P(2)=0, ya’ni x=2x = 2x=2 — ildiz.

Bezu teoremasi va Gorner sxemasi ko‘p hollarda bir-birini to‘ldiradi. Agar Bezu teoremasi orqali ildiz borligini yoki qoldiqni bilish mumkin bo‘lsa, Gorner sxemasi bu qiymatni tez hisoblashga imkon beradi. Bu metodlar ayniqsa katta darajali polinomlar ustida hisoblashda samarali qo‘llaniladi.

Gorner sxemasi kompyuter algoritmlari uchun moslashgan bo‘lib, kompyuterli algebra sistemalarida (CAS) polinomlar qiymatini hisoblashda default usul hisoblanadi. Shuningdek, u ko‘p hollarda interpolatsiya, aproksimatsiya va raqamli hisoblashlarda ishlatiladi.

Bezu teoremasi esa nazariy jihatdan ildizlarni aniqlash, faktorizatsiya va bo‘linuvchanlik masalalarida qo‘llaniladi. U matematik induktsiya, modullar nazariyasi va polinomlar halqasida muhim teorema sifatida tan olingan.

Bezu teoremasi va Gorner sxemasi algebraik polinomlar ustida ishlashda asosiy vositalardan hisoblanadi. Ular yordamida polinomlarning ildizlari aniqlanadi, qoldiq topiladi va qiymatlar soddalashtirilgan tarzda hisoblanadi. Mazkur maqolada har ikki metodning nazariy asoslari, algoritmik ko‘rinishi va amaliy qo‘llanilishi yoritildi. Bunday metodlarni o‘zlashtirish algebra, matematik modellashtirish va dasturlashda yuqori samaradorlik beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Kurosh A.G. *Oliy algebra*. Moskva: Nauka, 1985.
2. Stewart J. *College Algebra*. Cengage Learning, 2015.
3. Axmedov U. *Algebra va matematik mantiq*. Toshkent: Fan, 2021.
4. Wolfram MathWorld: https://mathworld.wolfram.com
5. Khan Academy. *Polynomials and Remainder Theorem*, [https://www.khanacademy.org]