

**ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ НА СЕТЯХ И ГРАФАХ В
ИССЛЕДОВАНИЯХ ЛОГИСТИКИ И ИХ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ
ЭФФЕКТИВНОСТЬ**

Амангельдиева Холнура Нигматуллаевна

*Ташкентский государственный транспортный
университет, студентка группы MI-2*

24dil@mail.ru

Эшмаматова Дилфуза Бахромовна

*Научный руководитель: DSc Ташкентский
государственный транспортный университет*

eshmamatova.dil@gmail.com

Аннотация: В данной работе рассматриваются оптимизационные задачи на графах и сетях, применяемые в логистике с целью повышения эффективности управления поставками, транспортировкой и распределением ресурсов. Построение и использование моделей, на основе теории графов позволяет формализовать логистические процессы, визуализировать маршруты и найти оптимальные решения по критериям стоимости, времени и риска. Особое внимание уделено математическим методам построения логистических схем, включая задачи о кратчайшем пути, минимальном остоном дереве, максимальном потоке и минимальной стоимости. В статье приведены практические примеры, иллюстрирующие применение теории графов в условиях Узбекистана. Подчеркивается экономическая эффективность графовых моделей, выражающаяся в снижении издержек и повышении надёжности логистических систем.

Ключевые слова: Логистика, графовая модель, оптимизация, маршруты, потоки, вершины и рёбра графа, транспортные сети, цепи поставок, экономическая эффективность, алгоритмы, затраты, устойчивость, цифровизация, UzRegionTrans.

Abstract: This paper examines optimization problems on graphs and networks used in logistics to improve the efficiency of supply chain management, transportation, and resource distribution. The construction and application of models based on graph theory make it possible to formalize logistics processes, visualize routes, and find optimal solutions according to criteria such as cost, time, and risk. Special attention is given to mathematical methods for constructing logistics schemes, including shortest path problems, minimum spanning trees, maximum flow, and minimum cost problems. The article presents practical examples illustrating the application of graph theory in the context of Uzbekistan. The economic efficiency of graph-based models is emphasized, expressed in reduced costs and increased reliability of logistics systems.

Keywords: Logistics, graph model, optimization, routes, flows, graph vertices and edges, transport networks, supply chains, economic efficiency, algorithms, costs, resilience, digitalization, UzRegionTrans.

ВВЕДЕНИЕ

Современная логистика как наука и прикладная область деятельности претерпевает трансформации, обусловленные необходимостью достижения максимальной эффективности при ограниченных ресурсах и высокой динамике внешней среды. В условиях возрастающей конкуренции, нестабильности поставок, усложнения логистических цепей и цифровизации процессов особое значение приобретают **методы оптимизации**, направленные на минимизацию затрат и максимизацию операционной устойчивости логистических систем [1].

Одним из ключевых направлений математического моделирования в логистике является использование **задач на сетях и графах** — как универсального языка описания связей, маршрутов, потоков и процессов. Благодаря формализму теории графов и сетевого анализа, становится возможным адекватно моделировать маршруты транспортировки, схемы складской обработки, системы распределения ресурсов, структуру цепей поставок и многое другое. Эти модели позволяют находить оптимальные решения по критериям стоимости, времени, надежности, емкости и устойчивости [2].

Введение в системное понимание логистики

Логистика в современном понимании — это не просто управление материальными потоками. Это комплексное управление **информационными, финансовыми и товарными потоками**, координация всех элементов цепи поставок с целью доставки нужного продукта в нужное место, в нужное время, в нужном количестве и с минимальными издержками. В условиях глобализации и цифровизации логистика превращается в **интеллектуальную систему принятия решений**, где математические модели, в частности графовые и сетевые, становятся базовым инструментом оптимизации.

Системный подход требует рассматривать логистику как **целостную систему**, включающую следующие ключевые компоненты:

- поставщики сырья;
- производственные подразделения;
- склады;
- транспортные системы;
- распределительные центры;
- конечных потребителей.

Каждый из этих компонентов можно представить в виде **узла (вершины)** графа, а связи между ними — в виде **ребер**, несущих ту или иную характеристику: расстояние, стоимость, время, пропускную способность, надежность и т. д.

В логистике применяются **различные типы графов**:

- **Ориентированные графы** — когда направление потока имеет значение (например, доставка от поставщика к потребителю);
- **Взвешенные графы** — когда каждому ребру сопоставляется числовой параметр: стоимость, расстояние, время;
- **Циклические и ациклические графы** — для моделирования повторяющихся или одноразовых логистических операций;
- **Потоковые сети** — где каждый маршрут имеет определённую пропускную способность [3].

В логистике применяется широкий спектр оптимизационных задач на графах:

Тип задачи	Применение в логистике	Алгоритмы решения
Задача о кратчайшем пути	Поиск оптимального маршрута доставки	Дейкстра, A*
Построение минимального остовного дерева	Проектирование минимальных по затратам логистических сетей	Краскала, Прима
Поиск максимального потока	Оптимизация перемещения грузов с ограничением по мощности каналов	Форд-Фалкерсон, Эдмондс-Карп
Задача о назначениях	Назначение транспортных средств на маршруты	Венгерский метод
Задача Коммивояжёра	Минимизация времени/расстояния в маршруте с множеством остановок	Жадные методы, ветви и границы
Задача минимальной стоимости потока	Снижение транспортных и складских издержек при учете ограничений	Цикловой алгоритм

Приведённые модели, построенные на основе теории графов позволяют следующие:

- **снижать общие логистические издержки** за счёт оптимального распределения маршрутов и ресурсов;
- **повышать надёжность логистической системы**;
- **повышать адаптивность** к изменениям спроса и сбоям в цепочке поставок;

- **оценивать риски и узкие места** в сети поставок.

Задачи такого типа в логистике можно условно разделить на **четыре группы**:

1. **Транспортные** (поиск кратчайшего пути, задача маршрутизации);
2. **Инфраструктурные** (минимальное остоновое дерево, проектирование логистических центров);
3. **Потоковые** (максимальный поток, минимальная стоимость);
4. **Задача назначений** (оптимизация распределения ресурсов и назначений).

Каждая из этих групп имеет свои **модели затрат**, критерии оптимальности и прикладные алгоритмы, реализация которых зависит от характера логистической задачи и имеющихся ресурсов.

Методология построения и оптимизации логистических моделей на графах

Современные логистические системы становятся всё более сложными: они включают множество участников, маршрутов, пунктов перераспределения, и при этом должны действовать максимально эффективно в условиях ограниченного бюджета, ресурсов и времени. Для того чтобы управлять такими системами, требуется инструмент, способный формализовать и упрощать сложные взаимосвязи. Именно такую роль выполняет теория графов.

Граф — это наглядная и структурированная математическая модель, в которой логистические объекты (такие как склады, производства, пункты погрузки и разгрузки, клиенты и поставщики) представляются в виде узлов, а связи между ними — в виде линий или направленных стрелок. Каждая такая связь может описывать маршрут доставки, время в пути, затраты на транспортировку, надежность маршрута, загруженность и другие важные характеристики.

Моделирование логистической сети с помощью графа позволяет наглядно представить всю систему, выявить избыточные или, наоборот, перегруженные направления, определить слабые звенья, рассчитать альтернативные маршруты при сбоях, а также найти оптимальные пути движения материальных, информационных и финансовых потоков.

Создание эффективной графовой модели логистики — это не просто математическая процедура, а полноценная аналитическая работа, включающая следующие этапы:

1. Постановка задачи:

Прежде всего, необходимо чётко определить цель анализа: например, минимизация затрат на доставку, сокращение времени обслуживания клиентов, равномерное распределение ресурсов между складами, оптимизация маршрутов доставки и т.д.

2. Определение участников и узлов:

На этом этапе производится анализ всех звеньев логистической цепи. Выделяются поставщики, транспортные компании, склады, распределительные центры, торговые точки, клиенты. Все они будут представлены в модели как узлы.

3. Выявление связей между узлами:

Далее составляется карта возможных маршрутов или связей между участниками. Эти связи описываются с точки зрения логистических параметров: расстояние, время доставки, транспортная стоимость, надёжность.

4. Назначение характеристик связям:

Каждой связи присваиваются количественные или качественные показатели. Это могут быть, например, тарифы за перевозку между двумя складами, среднее время доставки, вероятность простоя и пр.

5. Создание структуры графа:

После того как все узлы и связи определены, создается схема графа. Это может быть простая таблица, программная визуализация или абстрактная схема, где отображены маршруты, пересечения, тупиковые зоны, обходные пути.

6. Проверка полноты и реалистичности модели:

На заключительном этапе проводится верификация модели: проверяется, не упущены ли какие-то важные маршруты, нет ли замкнутых цепей или разрывов в системе, которые мешают её нормальному функционированию[4].

После построения модели следующим этапом является **оптимизация логистической системы**, то есть поиск наилучших решений с точки зрения затрат, времени или других критериев.

Существует целый ряд алгоритмов, каждый из которых решает свою задачу. Некоторые алгоритмы подходят для поиска кратчайшего маршрута доставки, другие — для распределения потока грузов между складами, третьи — для оптимального распределения ресурсов между пунктами назначения.

Например:

- При планировании маршрутов доставки от одного центрального склада к нескольким клиентам целесообразно искать кратчайшие пути.
- Если необходимо определить, какое количество товаров следует отправить по каждому из маршрутов при ограниченной пропускной способности транспорта, используют методы, находящие оптимальные потоки.
- При проектировании логистической сети, где нужно соединить множество складов и точек сбыта с минимальными затратами на строительство или аренду, применяется поиск минимальных связей между узлами.

Каждый из этих методов помогает с разных сторон взглянуть на одну и ту же логистическую сеть и найти те решения, которые наилучшим образом соответствуют поставленной цели.

Современные технологии играют важную роль в построении и анализе графов. Для моделирования логистических процессов используются специализированные программные продукты:

- **MS Excel** с надстройками позволяет строить простые модели с небольшим количеством узлов.

- **Python с библиотекой NetworkX** позволяет формировать сложные графы, проводить анализ путей, выявлять узкие места и визуализировать маршруты.
- **AnyLogic и MATLAB** применяются для более сложного динамического моделирования, где логистика моделируется как система с переменными входами и выходами.
- **GAMS и CPLEX** используются для крупных промышленных задач, когда необходимо решать сложные системы с большим числом ограничений и параметров [5].

Внедрение таких инструментов позволяет перейти от теоретического построения графа к реальному практическому управлению логистикой в режиме реального времени.

Экономическая эффективность в логистике представляет собой степень соответствия между достигнутым результатом (в денежном, временном или ресурсном выражении) и затратами, понесёнными для его достижения. В контексте оптимизации логистических процессов с помощью графовых моделей, эффективность измеряется через **снижение общих издержек, рост скорости операций и улучшение устойчивости цепей поставок.**

Ключевые логистические показатели (KPI) для оценки эффективности:

Оптимизационные решения, реализованные с помощью графов, могут существенно повлиять на ключевые показатели эффективности. Вот наиболее значимые из них:

1. **TCO (Total Cost of Ownership / Совокупная стоимость владения)**
Отражает все прямые и скрытые издержки на протяжении полного логистического цикла.

2. **OTIF (On-Time In-Full / Поставки вовремя и в полном объеме):**
Отражает надёжность системы: насколько своевременно и полноценно выполняются поставки [6].

3. Скорость оборота запасов:

Показывает, как быстро оборачиваются товарные запасы на складах, и как часто происходит их пополнение.

4. Коэффициент загрузки транспорта:

Оценивает, насколько эффективно используются транспортные средства в логистической сети.

5. Уровень логистического сервиса:

Измеряет качество логистики с позиции конечного клиента: время отклика, точность заказа, минимизация сбоев.

Использование графов позволяет не только анализировать эти KPI, но и предсказывать их поведение при изменении конфигурации логистической сети.

Практика показывает, что даже элементарные графовые алгоритмы дают ощутимые результаты. Например:

- **До внедрения:** логистическая система работает по исторически сложившейся схеме. Маршруты устарели, складские запасы не оптимизированы, транспортная загрузка нерегулярна. Это ведет к затратам на уровне 25–30% от себестоимости продукции [7].

- **После внедрения графовой оптимизации:** маршруты пересчитаны, избыточные складские хабы исключены, распределение заказов и ресурсов происходит с учётом временных окон и ограничений. Итог — сокращение затрат до 18–20%, рост скорости доставки и снижение возвратов на 12–15% [5].

В условиях Узбекистана, где транспортная логистика может быть затруднена погодными, географическими и инфраструктурными условиями, такие улучшения критически важны для предприятий в секторах агропрома, строительства и оптовой торговли [8].

Пример 1. Оптимизация транспортной сети между регионами.

Предприятие, осуществляющее поставку строительных материалов по маршруту «Ташкент — Самарканд — Бухара — Ургенч», имело стабильную, но затратную логистику [9]. После построения графа, в котором узлы представляли города, а рёбра — маршруты с учетом стоимости, времени и пропускной способности, был найден альтернативный маршрут через Навои с меньшей протяженностью и высокой проходимостью. Это позволило:

- сократить расходы на топливо и время доставки на 17%;
- перераспределить нагрузку на транспорт;
- улучшить срок доставки без увеличения флота.

Пример 2. Моделирование цепочки поставок от нескольких поставщиков.

Пример оптимизации цепочки поставок на основе графовой модели.

Компания, занимающаяся импортом бытовой техники, ранее осуществляла распределение закупок вручную, используя центральный склад в Ташкенте и работая с тремя поставщиками. После внедрения графовой модели, учитывающей параметры закупочной стоимости, времени поставки и рисков, была разработана комбинированная схема поставок с оптимальным распределением объёмов между поставщиками.

Результаты внедрения модели:

- **Снижение совокупной закупочной стоимости** за счёт масштабирования объёмов у поставщика с наилучшей ценой;
- **Сокращение времени простоя склада**, связанного с ожиданием поставок;
- **Уменьшение дефицита продукции на складе на 23%** по сравнению с предыдущим периодом.

Математическая модель оптимизации закупок с несколькими поставщиками, учитывающая стоимость, сроки поставки и риски, с учетом центрального склада и возможностью распределения объёмов:

Обозначения

Пусть:

- $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ — индекс поставщика (в примере $N = 3$),
- $x_i \geq 0$ — объём закупки у поставщика i (в единицах товара),
- C_i — закупочная цена за единицу у поставщика i ,
- T_i — среднее время поставки от поставщика i ,
- $R_i \in [0, 1]$ — риск сбоя или задержки у поставщика i ,
- D — общий требуемый объём поставки,
- $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$ — коэффициенты важности для стоимости, времени и риска соответственно.

Целевая функция

Мы минимизируем взвешенную сумму затрат, времени поставки и риска:

$$\min_{x_1, \dots, x_n} \alpha \sum_{i=1}^N C_i x_i + \beta \sum_{i=1}^N T_i x_i + \gamma \sum_{i=1}^N R_i x_i \quad (1)$$

Ограничения

1. Общий объём закупки должен удовлетворять спрос:

$$\sum_{i=1}^N x_i = D \quad (2)$$

2. Ограничения на минимальный/максимальный объём у каждого поставщика (если есть):

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max}, \forall i \quad (3)$$

3. Неотрицательность:

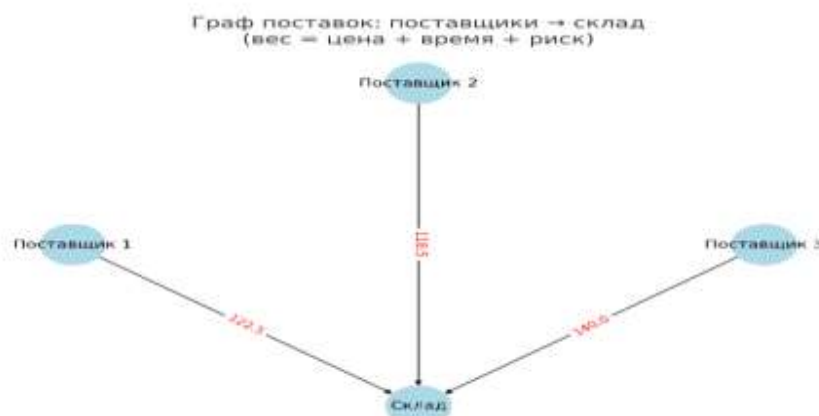
$$x_i \geq 0, \forall i \quad (4)$$

Рассмотрим задачу при количестве поставщиков $N = 3$: представим поставщиков и склад в виде взвешенного графа, где:

Вершины — это поставщики и центральный склад;

Ребра — пути поставки от каждого поставщика до склада;

Вес ребра отражает комбинированную стоимость (включающую цену, время и риск).



Граф отображает следующие:

- Узлы: 3 поставщика и склад;
- Стрелки: направления поставок;
- Подписи на рёбрах: итоговая "стоимость пути" с учётом всех факторов;
- Можно модифицировать: добавить пропускные способности, надёжность каналов, стохастику и т.п.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Бродецкий Г.Л., Гусев Д.А. *Экономико-математические методы и модели в логистике: процедуры оптимизации*. — М.: КноРус, 2012. — 272 с.
2. Балашов С.В. *Математическое моделирование в логистике: учебное пособие*. — СПб.: Питер, 2018. — 336 с.
3. Сергеев В.И. *Логистика: интеграция и оптимизация логистических бизнес-процессов*. — М.: Инфра-М, 2021. — 416 с.
4. Назаров И.А. *Теория графов и её применение в логистике*. — Ташкент: Университет, 2020. — 248 с.
5. Стерлигова А.Н. *Цифровая логистика и технологии Supply Chain Management*. — М.: Юрайт, 2020. — 290 с.

Интернет-источники

1. Министерство транспорта Республики Узбекистан: <https://mintrans.uz>