

YUKLANGAN PSEVDOPARABOLIK TENGLAMA UCHUN MASALA YECHIMINING MAVJUDLIGI

D. A. Samadova

Annotatsiya. Maqolada yuklangan psevdoparabolik turdagi Aller tenglamasi uchun boshlang'ich-chegaraviy masala qaraladi. Yechim Grin funksiyasi yordamida integral ko'rinishda ifodalanadi. Grin funksiyasi qatorining yaqinlashishi asosida muntazam yechim mavjudligi va yagonaligi haqidagi natija bayon etiladi.

Kalit so'zlar: psevdoparabolik tenglama, Aller tenglamasi, Grin funksiyasi, integral tasvir, muntazam yechim, mavjudlik, yagonalik.

1. Masalaning qo'yilishi

Quyidagi sohada $Q = \{(x, t): 0 < x < l, 0 < t < T\}$ yuklangan psevdoparabolik tenglama qaraladi:

$$u_t = a u_{xx} + b u_{xxt} + f(x, t), \quad (1)$$

Bu yerda $a, b > 0$ — o'zgarmaslar, $f(x, t)$ — berilgan funksiya, $u(x, t)$ — izlanayotgan yechim. Boshlang'ich va chegaraviy shartlar:

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq l; \quad u(0, t) = 0, \quad u_x(l, t) = 0. \quad (2)$$

Masalaning muntazam yechimi tenglamani va (2) shartlarni qanoatlantiruvchi, zarur hosilalari uzluksiz bo'lgan funksiyaadir.

2. Yechimning integral tasviri

O'zgaruvchilarni ajratish usuli yordamida masala yechimi quyidagi integral ko'rinishda yoziladi:

$$u(x, t) = \int_0^t \int_0^l G(x, t; \xi, \tau) f(\xi, \tau) d\xi d\tau.$$

(3)

) Bu yerda Grin funksiyasi:

$$G(x, t; \xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} [2/(l(1 + b\mu_n))] \exp\{-a\mu_n(t - \tau)/(1 + b\mu_n)\} \frac{\sin(\sqrt{\mu_n}x) \sin(\sqrt{\mu_n}\xi)}{\mu_n} \\ \mu_n = [\pi(2n - 1)/(2l)]^2. \quad (4)$$

Qator hadlari uchun $t \geq \tau$ da eksponensial ko'paytuvchi chegaralangan. μ_n ning o'sishi natijasida qator hadlari absolyut yaqinlashuvchi sonli qator bilan baholanadi. Demak, Grin funksiyasi qatori tekis yaqinlashadi va (3) integral tasviri to'g'ri aniqlanadi.

3. Mavjudlik va yagonalik natijasi

Faraz qilaylik, $f(x, t)$ sohada uzluksiz, zarur hosilalari bo'lakli uzluksiz, $f(0, t) = 0$ va $f_x(l, t) = 0$ shartlari bajarilgan hamda $f_{xx}(x, t)$ mavjud va chegaralangan bo'lsin. Grin funksiyasi qatorining yaqinlashishi integral ostida limitga o'tish imkonini beradi. Shu orqali (3) formula bilan aniqlangan funksiya boshlang'ich va chegaraviy

shartlarni qanoatlantirishi ko'rsatiladi. Zarur muntazamlik shartlarida hosilalarni integral ostida hisoblash natijasida tenglama ham bajariladi.

Teorema. Yuqoridagi shartlar bajarilganda (1) tenglama uchun (2) boshlang'ich-chegaraviy masalaning muntazam yechimi mavjud va yagona bo'ladi.

Yagonalik uchun ikki yechimning ayirmasi qaraladi. Bu ayirma bir jinsli tenglama va nol boshlang'ich-chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi. Mos spektral tasvirda barcha koefitsiyentlar nol bo'lishi kelib chiqadi; demak, ayirma nolga teng va yechim yagona.

4. Xulosa

Yuklangan psevdoparabolik Aller tenglamasi uchun masala yechimi Grin funksiyasi orqali integral ko'rinishda quriladi. Grin funksiyasi qatorining yaqinlashishi yechim mavjudligini asoslashga xizmat qiladi. Tegishli muntazamlik shartlari bajarilganda yechimning mavjudligi va yagonaligi natijasi olinadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Нахушев А. М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных. — Москва: Наука, 2006. — 287 с.
2. Шхануков М. Х. О некоторых краевых задачах для уравнений третьего порядка, возникающих при моделировании фильтрации жидкости в пористых средах // Дифференциальные уравнения. — 1982. — Т. 18, № 4. — С. 689–699.
3. Макаова Р. Х. Первая краевая задача для неоднородного уравнения Аллера // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. — 2016. — 4-1(16). — С