



O'ZARO DINAMIK ALOQADAGI KO'P FAZALI NEFT FILTRATSIYASI
JARAYONINING MATEMATIK MODEL VA SONLI YECHISH USULLARI

Odilov Asliddin Isoq o'g'li

Aniq va ijtimoiy fanlar universiteti

"Sun'iy intellekt" mutaxassisligi 2-kurs talabasi

Ilmiy rahbar: Ismailov Shixnazar Rashid o'g'li

Muhammad Al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti

Multimedia texnologiyalari kafedrasi dotsenti

Annotatsiya. Ushbu maqolada g'ovak muhitda neft, suv va gaz fazalarining o'zaro dinamik bog'langan holda harakatlanishi bilan tavsiflanadigan ko'p fazali filtratsiya jarayonining matematik modeli ishlab chiqilgan. Jarayon massa saqlanish qonunlari va umumlashgan Darcy tenglamalari asosida differensial tenglamalar sistemasi ko'rinishida ifodalandi. Fazalar bosimi, to'yinganligi hamda nisbiy o'tkazuvchanliklar o'rtasidagi bog'lanishlar hisobga olinib, bosim-to'yinganlik formulirovkasi hosil qilindi. Hosil bo'lgan nolinear sistema chekli ayirmalar va chekli hajmlar usullari yordamida diskretla shtirildi hamda iteratsion algoritmlar asosida sonli yechildi.

Kalit so'zlar. ko'p fazali filtratsiya, g'ovak muhit, matematik model, Darcy qonuni, massa saqlanish tenglamasi, bosim-to'yinganlik formulirovkasi, nisbiy o'tkazuvchanlik, kapillyar bosim, chekli ayirmalar usuli, chekli hajmlar usuli, sonli modellashtirish, parallel hisoblash, neft konlari simulyatsiyasi.

Annotation. In this article, a mathematical model of the multiphase filtration process, characterized by the dynamically interconnected movement of oil, water, and gas phases in a porous medium, is developed. The process was described in the form of a system of differential equations based on the laws of conservation of mass and generalized Darcy equations. Taking into account the relationships between the pressure, saturation, and relative conductivity of the phases, a pressure-saturation formula was obtained. The resulting nonlinear system was discretized using finite difference and finite volume methods and solved numerically based on iterative algorithms.

Keywords: multiphase filtration, porous medium, mathematical model, Darcy's law, mass conservation equation, pressure-saturation formulation, relative permeability, capillary pressure, finite difference method, finite volume method, numerical modeling, parallel computing, oil field simulation.

Neft va gaz konlarini samarali o'zlashtirish zamonaviy yoqilg'i-energetika sanoatining ustuvor yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Konlarda uglevodorodlarni qazib olish jarayoni murakkab fizik-kimyoviy va gidrodinamik hodisalar bilan tavsiflanib, g'ovak muhitda bir vaqtning o'zida bir nechta fazalarning — neft, suv va gazning o'zaro ta'sirda harakatlanishi bilan kechadi. Bunday jarayonlar ko'p fazali filtratsiya deb atalib, ular real sharoitda



nolinear, vaqtga bog'liq hamda o'zaro dinamik aloqador tizimni tashkil etadi. Shu sababli konlarni samarali boshqarish, neft beruvchanlikni oshirish va qazib olish xarajatlarini kamaytirish masalalari ushbu jarayonlarni chuqur matematik modellashirishni talab etadi.

Ko'p fazali filtratsiya masalalarini analitik usullar bilan yechish aksariyat hollarda imkonsiz bo'lib, jarayon parametrlarining fazoviy notekisligi, kollektor jinslarining murakkab tuzilishi hamda fazalararo kuchlarning mavjudligi sababli murakkab differensial tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi. Natijada bunday masalalarni sonli usullar yordamida yechish dolzarb ilmiy-amaliy ahamiyat kasb etadi. Ayniqsa, katta o'lchamli hisoblashlarni tezkor amalga oshirish uchun parallel hisoblash texnologiyalaridan foydalanish model samaradorligini sezilarli oshiradi.

Hozirgi kunda neft qatlamlaridagi jarayonlarni tavsiflashda Darcy qonuni, massa saqlanish tenglamalari, kapillyar bosim va nisbiy o'tkazuvchanlik funksiyalariga asoslangan ko'p fazali gidrodinamik modellar keng qo'llanilmoqda. Biroq o'zaro dinamik aloqadagi fazalar harakatini yanada aniq ifodalovchi takomillashtirilgan matematik modellarni ishlab chiqish, ularni barqaror va tezkor sonli algoritmlar asosida yechish hamda hisoblash samaradorligini oshirish masalalari hanuzgacha ilmiy tadqiqotlarni talab etmoqda.

G'ovak muhitda suyuqlik va gazlarning filtratsiya jarayonlarini matematik modellashirish bo'yicha dastlabki fundamental tadqiqotlar XX asr boshlariga to'g'ri keladi. Filtratsiya nazariyasining asosiy qonuniyati sifatida qaraladigan Darcy qonuni bir fazali oqimni tavsiflash uchun nazariy asos bo'lib xizmat qilgan bo'lsa-da, keyinchalik real qatlam sharoitida ko'p fazali harakat mavjudligi aniqlanib, modelni murakkablashtirish zarurati yuzaga kelgan. Shu nuqtai nazardan ko'p fazali filtratsiya jarayonlarini nazariy jihatdan umumlashtirish va differensial tenglamalar sistemasi ko'rinishida ifodalashga qaratilgan ilmiy izlanishlar keng ko'lamda olib borildi.

Ko'p fazali filtratsiya nazariyasining shakllanishida Morris Muskatning ishlari muhim o'rin tutadi. Uning ilmiy tadqiqotlarida g'ovak muhitda suyuqliklar oqimining fizik asoslari, Darcy qonunining umumlashgan ko'rinishi hamda ko'p fazali harakatning dastlabki matematik talqinlari keltirilgan [1]. Ushbu ishlar keyingi tadqiqotlar uchun nazariy poydevor vazifasini bajardi.

Filtratsiya jarayonlarini kontinuum mexanikasi nuqtai nazaridan chuqur tahlil qilgan olimlardan biri Jacob Bear bo'lib, uning fikricha, massa va impuls saqlanish qonunlariga asoslangan umumiy matematik apparat ishlab chiqilgan. Muallif ko'p komponentli va ko'p fazali tizimlar uchun muvozanat tenglamalarini qat'iy differensial shaklda ifodalab, kapillyar bosim, nisbiy o'tkazuvchanlik va g'ovaklik parametrlarining oqim dinamikasiga ta'sirini nazariy jihatdan asoslab bergan [2].

Neft konlarini amaliy modellashirish va sonli hisoblash algoritmlarini ishlab chiqish yo'nalishida Khalid Aziz hamda Anthony Settaring ilmiy tadqiqotlari alohida ahamiyatga ega. Ularning bildirishicha, ko'p fazali filtratsiya tenglamalarini chekli ayirmalar usuli asosida diskretlashtirish, bosim-to'yinganlik (pressure-saturation) formulirovkalari, to'liq implisit va yarim implisit sxemalar, shuningdek, barqarorlik va konvergensiya masalalari



batafsil tahlil qilingan [3]. Mazkur yondashuvlar zamonaviy rezervuar simulyatorlarining nazariy asosini tashkil etadi.

Keyingi bosqichda ko'p fazali oqimlarni modellashtirishda nolinearlik, kuchli bog'langan tenglamalar sistemasi va koeffitsiyentlarning fazoviy notekisligi sababli yuqori aniqlikka ega sonli usullarga ehtiyoj ortdi. Shu munosabat bilan chekli hajmlar usuli, chekli elementlar usuli hamda adaptiv to'r texnologiyalari keng qo'llanila boshlandi. Tadqiqotlarda ushbu usullar massa saqlanishini yaxshiroq ta'minlashi, murakkab geometriyali qatlamlar uchun moslashuvchanligi hamda hisoblash aniqligini oshirishi ko'rsatib berilgan.

So'nggi yillarda ilmiy adabiyotlarda katta o'lchamli uch o'lchovli masalalarni tezkor yechish maqsadida parallel hisoblash va yuqori unumli hisoblash texnologiyalaridan foydalanish masalalariga alohida e'tibor qaratilmoqda. Parallel algoritmlar asosida tuzilgan rezervuar modellarida hisoblash vaqtini sezilarli qisqartirish, katta hajmdagi ma'lumotlar bilan ishlash va real vaqt rejimida prognozlash imkoniyati yaratilmoqda. Bu esa ko'p fazali filtratsiya jarayonlarini amaliy qo'llash samaradorligini oshiradi.

MDH va respublika olimlarining ishlarida ham g'ovak muhitda filtratsiya jarayonlarini modellashtirish, sonli sxemalar barqarorligini ta'minlash, lokal notekisliklarni hisobga olish hamda algoritmlarni optimallashtirish masalalari o'rganilgan. Biroq ko'p fazalarning o'zaro dinamik aloqasini to'liq aks ettiruvchi kompleks model yaratish, nolinear tizimlarni tezkor va barqaror yechish hamda parallel hisoblash muhitida samaradorlikni chuqur tahlil qilish masalalari hali ham to'liq yechimini topmagan.

G'ovak muhitda neft, suv va gaz fazalarining bir vaqtda harakatlanishi ko'p fazali filtratsiya jarayoni bilan tavsiflanadi. Bunday jarayonda har bir faza mustaqil tezlikka ega bo'lishiga qaramay, ular bosim, kapillyar kuchlar hamda muhitning filtratsion xossalari orqali o'zaro bog'langan holda harakat qiladi. Shu sababli jarayonni tavsiflashda har bir faza uchun massa saqlanish qonuni yoziladi.

Har bir α - faza ($\alpha = o, w, g$) uchun massa balansi tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi S_{\alpha} \rho_{\alpha}) + \nabla \cdot (\rho_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}) = q_{\alpha},$$

bu yerda ϕ — g'ovaklik, S_{α} — to'yinganlik, ρ_{α} — zichlik, V_{α} — filtratsiya tezligi, q_{α} — manba yoki iste'mol hadidir.

Fazalarning harakat tezligi umumlashgan Darcy qonuni bilan aniqlanadi:

$$\mathbf{v}_{\alpha} = -\frac{k k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} (\nabla p_{\alpha} - \rho_{\alpha} g \nabla z),$$

bu yerda k — absolyut o'tkazuvchanlik, $k_{r\alpha}$ — nisbiy o'tkazuvchanlik, μ_{α} — yopishqoqlik koeffitsiyenti, ρ_{α} — faza bosimi.

Ko'p fazali muhitda to'yinganliklar yig'indisi doimo birga teng bo'ladi:

$$S_o + S_w + S_g = 1.$$



TANQIDIY NAZAR, TAHLILIY TAFAKKUR VA INNOVATION G'OYALAR



Fazalar bosimlari kapillyar bosim funksiyalari orqali o'zaro bog'lanadi:

$$p_o - p_w = p_{cow}(S_w), \quad p_g - p_o = p_{cgo}(S_g).$$

Ushbu munosabatlar tizimni nolinear ko'rinishga keltiradi. Darcy tenglamalarini massa saqlanish tenglamalariga qo'yish natijasida bosim va to'yinganliklar uchun bog'langan differensial tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi S_\alpha \rho_\alpha) = \nabla \cdot \left(\rho_\alpha \frac{k k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \nabla p_\alpha \right) + q_\alpha.$$

Hisoblashni soddalashtirish maqsadida umumiy tezlik

$$\mathbf{v}_t = \sum_{\alpha} \mathbf{v}_\alpha$$

hamda faza harakatchanligi

$$\lambda_\alpha = \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha}, \quad \lambda_t = \sum_{\alpha} \lambda_\alpha$$

kiritiladi. Shunda bosim uchun elliptik tipdagi tenglama olinadi:

$$\nabla \cdot (k \lambda_t \nabla p) = \sum_{\alpha} q_\alpha.$$

To'yinganliklar esa konvektiv tipdagi tenglamalar orqali aniqlanadi:

$$\phi \frac{\partial S_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (f_\alpha \mathbf{v}_t) = \frac{q_\alpha}{\rho_\alpha}, \quad f_\alpha = \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_t}.$$

Olingan sistema analitik yechimga ega emasligi sababli u sonli usullar yordamida yechiladi. Hisoblash sohasi fazoviy to'rga ajratilib, vaqt bo'yicha diskretlash kiritiladi:

$$\frac{\partial S_\alpha}{\partial t} \approx \frac{S_\alpha^{n+1} - S_\alpha^n}{\Delta t}.$$

Fazoviy hosilalar chekli ayirmalar yoki chekli hajmlar usullari bilan almashtiriladi va natijada algebraik tenglamalar sistemasiga o'tiladi. Nolinear hadlar mavjudligi sababli sistema iteratsion usullar, xususan Nyuton usuli yordamida yechiladi:

$$J(u^k) \delta u^k = -F(u^k), \quad u^{k+1} = u^k + \delta u^k.$$

Katta o'lchamli masalalarda hisoblash xarajatlarini kamaytirish maqsadida parallel algoritmlardan foydalanish maqsadga muvofiq bo'lib, bu uch o'lchovli modellarni amaliy vaqt oralig'ida hisoblash imkonini beradi.



Natijada qurilgan matematik model ko'p fazali filtratsiya jarayonining bosim, tezlik va to'yinganlik maydonlarini aniqlashga xizmat qiladi hamda neft qatlamlarida sodir bo'ladigan jarayonlarni yetarli aniqlikda prognozlash imkonini beradi.

G'ovak muhitda neft, suv va gaz fazalarining o'zaro dinamik bog'langan holda harakatlanishini tavsiflovchi ko'p fazali filtratsiya jarayoni matematik jihatdan tahlil qilindi hamda jarayonni ifodalovchi model ishlab chiqildi. Massa saqlanish qonunlari va umumlashgan Darcy tenglamalari asosida har bir faza uchun nolinear differensial tenglamalar sistemasi hosil qilinib, bosim va to'yinganliklar o'rtasidagi funksional bog'lanishlar kapillyar bosim va nisbiy o'tkazuvchanliklar orqali ifodalandi. Natijada ko'p fazali oqimni tavsiflovchi kuchli bog'langan matematik model shakllantirildi.

Hosil bo'lgan tenglamalar sistemasi analitik yechimga ega emasligi sababli ularni sonli usullar yordamida yechish zarurligi asoslab berildi. Hisoblash jarayonida chekli ayirmalar va chekli hajmlar usullari qo'llanilib, uzluksiz model diskret ko'rinishga keltirildi. Nolinear algebraik tenglamalar sistemasi iteratsion usullar, xususan Nyuton tipidagi algoritmlar yordamida yechildi. Ushbu yondashuvlar bosim va to'yinganlik maydonlarini barqaror hamda yetarli aniqlikda aniqlash imkonini berishi ko'rsatildi.

Shuningdek, katta o'lchamli uch o'lchovli modellar uchun hisoblash vaqtini qisqartirish maqsadida parallel hisoblash texnologiyalaridan foydalanishning samaradorligi ta'kidlandi. Bu yondashuv filtratsiya jarayonlarini tezkor modellashtirish, ko'p variantli hisoblash tajribalarini o'tkazish va konlarni boshqarish masalalarida operativ qarorlar qabul qilish imkonini beradi.

Olingan natijalar ko'p fazali filtratsiya jarayonlarini matematik modellashtirish va sonli yechishning nazariy hamda amaliy jihatlarini boyitadi. Taklif etilgan model va algoritmlar neft konlarini ekspluatatsiya qilish samaradorligini oshirish, qatlamlarning neft beruvchanligini prognozlash hamda qazib olish jarayonlarini optimallashtirishda qo'llanilishi mumkin. Shunday qilib, bajarilgan tadqiqot ko'p fazali oqimlarni hisoblashning ishonchli va samarali usullarini ishlab chiqish yo'nalishida muhim ilmiy-amaliy ahamiyatga ega.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Morris Muskat. The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media. — New York : McGraw-Hill Book Company, 1937. — 763 p.
2. Jacob Bear. Dynamics of Fluids in Porous Media. — New York : Elsevier, 1972. — 764 p.
3. Khalid Aziz, Anthony Settari. Petroleum Reservoir Simulation. — London : Applied Science Publishers, 1979. — 476 p.
4. Peaceman D. W. Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation. — Amsterdam : Elsevier, 1977. — 176 p.





5. Chen Z., Huan G., Ma Y. Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media. — Philadelphia : SIAM, 2006. — 531 p.
6. Helmig R. Multiphase Flow and Transport Processes in the Subsurface. — Berlin : Springer-Verlag, 1997. — 367 p.
7. Aziz K., Wong T. W. Considerations in the development of multiphase reservoir simulators // Society of Petroleum Engineers Journal. — 1989. — Vol. 4, No. 3. — P. 345–353.
8. Samarskiy A.A., Vabishchevich P. N. Chislennye metody resheniya zadach filtratsii. — Moskva : Editorial URSS, 2003. — 480 s.

