TESKARI FUNKSIYANING MAVJUDLIGINI ISBOTLASH HAQIDA

Saipnazarov Jonibek Muxammadiyevich
Qarshi davlat texnika universiteti
fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD), dotsent
Jo‘raqobilov Asilbek Sirojiddin o‘g‘li
Nizomiy nomidagi O‘zbekiston milliy
pedagogika universiteti talabasi
E-mail: jonibeksaipnazarov@gmail.com

Annotatsiya. *Maqolada Banax fazolarida teskari funksiyaning mavjudligi haqidagi teorema keltirib o‘tilgan va isbotlangan. Keltirilgan teoremani isbotlashda klassik Nyuton metodidan hamda oshkormas funksiya haqidagi teoremadan foydalanilgan.*

Kalit so‘zlar: *Banax fazolari, teskari funksiya, hosila.*

X, Y – Banax fazolari, $G \subset X$ –bo‘shmas ochiq to‘plam bo‘lsin. $f: G \to Y$ funksiyaning teskarisini topishda berilgan $y \in E \subset Y$ ga ko‘ra $f(x) = y$ tenglamani $x \in G$ noma’lumga nisbatan yechish kerak bo‘ladi. Agar har bir $y \in E$ uchun $f(x) = y$ tenglama yagona $x \in G,\ x = f^{-1}(y),$ yechimga ega bo‘lsa, aniqlanish to‘plami E dan o‘zgarish to‘plami esa G dan iborat bo‘lgan $f^{-1}: E \to G,\quad x = f^{-1}(y),\ y = f(x),\ x \in G,\ y \in E,$ teskari funksiya mavjud bo‘ladi. Teskari funksiyaning mavjudligini ta’minlovchi yetarli shartlarni topish muhim masaladir.

Teorema (teskari funksiya haqidagi). Aytaylik, $f \in C^1(G, Y)$ va $x_0 \in G,\ y_0 \in Y$ nuqtalar uchun $y_0 = f(x_0)$ hamda $f'(x_0) \in L(X, Y)$ chiziqli uzluksiz operator $\left(f'(x_0)\right)^{-1} \in L(Y, X)$ teskari operatorga ega bo‘lsin.

U holda x_0 nuqtaning shunday $U \subset G$ atrofi mavjudki, bunda $f(U) = V$ ochiq to‘plam y_0 nuqtaning atrrofidan iborat, $f: U \to V$ akslantirish $f_U^{-1}: V \to U$ teskari akslantirishga ega, $f_U^{-1} \in C^1(V, U)$ hamda

$$\left(f_U^{-1}\right)'(y) = \left(f'(f_U^{-1}(y))\right)^{-1},\ y \in V, \tag{1}$$

bo‘ladi.

Bu teorema $\dim X < +\infty$ holida [1, 2, 4] da keltirilgan oshkormas funksiya haqidagi teoremadan kelib chiqadi.

Keltirilgan teoremani isbotlashda klassik Nyuton metodidan foydalanish mumkin [2, 5]. Bu metodga ko‘ra tenglamani yechish uchun x_0 boshlang`ich qiymat tanlanib, keyingi yaqinlashishlar rekurrent usulda

$$x_{n+1} = x_n + \left(f'(x_n)\right)^{-1}\left(y - f(x_n)\right),\ n = 1, 2, \dots, \tag{2}$$

formula bilan hisoblanadi.

Hisoblashda soddaroq usul quyidagicha: x_0 – tanlanadi,

$$x_{n+1} = x_n + \left(f'(x_0)\right)^{-1}\left(y - f(x_n)\right),\ n = 1, 2, \dots . \qquad (3)$$

Teskari funksiya haqidagi teoremani (3) usulga ko‘ra isbotlash mumkin. Bunda teoremada aytilgan U va V atroflarning o‘lchamlarini baholash ham mumkin bo‘ladi.

Agar tenglamani yechishda Nyuton metodidan foydalansak, x_n larning $f(x) = y$ tenglama yechimiga yaqinlashishishi ancha tez, lekin umumiy holda U va V atroflar kichikroq bo‘ladi. Bundan tashqari, bu holda f dan $C^2(G,Y)$ sinfga tegishlilikni talab qilish ham kerak bo‘ladi.

Teskari funksiya haqidagi teorema chuqur ma’noga ega bo‘lgan nozik teoremadir. Bu teoremadan foydalanib qo‘zg`almas nuqta haqidagi Brauer teoremasini isbotlash mumkin [5].

Teorema (Brauer). R^n fazodagi $B^n = \left\{ x \in R^n \,\middle|\, \|x\| = 1 \right\}$ birlik sharning o‘zini o‘ziga uzluksiz akslantirishda kamida bitta nuqta qo‘zg`almas bo‘ladi.

Bu teorema nochiziqli analizda katta ahamiyatga ega. Undan foydalanib Shauder va Tixonov teoremalari isbotlanadi [2, 3].

Adabiyotlar

1. Зорич В. А. Математический анализ. Тт. I,II. М.: Наука, 1984.
2. Рудин У. Функциональный анализ. М.: Мир, 1975.
3. Dilmurodov N., Saipnazarov J. Nochiziqli tenglamalar sistemasini yechish haqida. «ILM –FAN VA INNOVATSIYA» mavzudagi ilmiy-amaliy konferensiya materiallari. – Qarshi DU: 2016.
4. Обен Ж.П., Экланд И. Прикладной нестандартный анализ. М.: Мир, 1988.
5. Milnor J. Analitic proof of the hairy ball theorem and the Brouwer fixed point theorem. Am. Math. Mon. P. 521-524.