



ISSIQLIK O'TKAZUVCHANLIK TENGLAMASIDA VAQTGA BOG'LIQ
KOEFFISIYENTNI ANIQLASHNING TESKARI MASALASI

Norbayev Sherali Shixnazarovich

Osiyo Xalqaro Universiteti Matematika yo'nalishi 1-bosqich magistranti

Annotatsiya: *Ushbu tezisdagi issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasida vaqtga bog'liq koeffitsiyentni aniqlashga doir teskari masala nazariy asoslari, qo'yilish shakllari, yechim mavjudligi, yagonalik va barqarorlik masalalari ko'rib chiqiladi. Tahlilda issiqlik jarayonlarining fizik mazmuni, kuzatuv ma'lumotlari asosida noma'lum koeffitsiyentni tiklash usullari, teskari masalalarning yaxshi qo'yilmaganligi bilan bog'liq muammolar, regularizatsiya va identifikatsiya yondashuvlari haqida keng ma'lumot beriladi hamda issiqlik jarayonlarini modellashtirishda vaqtga bog'liq parametrlarni tiklashning nazariy hamda amaliy ahamiyati haqida fikr va mulohazalar yuritiladi.*

Kalit so'zlar: *issiqlik o'tkazuvchanlik, teskari masala, vaqtga bog'liq koeffitsiyent, identifikatsiya, regularizatsiya, barqarorlik, matematik model, kuzatuv ma'lumotlari.*

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО
КОЭФФИЦИЕНТА В УРАВНЕНИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Аннотация: *В статье рассматриваются теоретические основы обратной задачи определения непрерывного коэффициента в уравнении теплопроводности, формы её постановки, существование решения, единственность и устойчивость. Проведенный анализ даёт обширную информацию о физическом содержании тепловых процессов, методах восстановления неизвестного коэффициента по данным наблюдений, проблемах, связанных с некорректностью обратных задач, методах регуляризации и идентификации. В статье обсуждается теоретическое и практическое значение восстановления непрерывных параметров при моделировании тепловых процессов.*

Ключевые слова: *теплопроводность, обратная задача, непрерывный коэффициент, идентификация, регуляризация, устойчивость, математическая модель, данные наблюдений.*

INVERSE PROBLEM OF DETERMINING THE TIME-DEPENDENT
COEFFICIENT IN THE HEAT CONDUCTIVITY EQUATION

Annotation: *This thesis considers the theoretical foundations of the inverse problem of determining the time-dependent coefficient in the heat conduction equation, the forms of its formulation, the existence of a solution, uniqueness and stability. The analysis provides extensive information on the physical content of thermal processes, methods for recovering the unknown coefficient based on observational data, problems associated with the ill-*



posedness of inverse problems, regularization and identification approaches. The article discusses the theoretical and practical importance of recovering time-dependent parameters in modeling thermal processes.

Keywords: *heat conduction, inverse problem, time-dependent coefficient, identification, regularization, stability, mathematical model, observational data.*

KIRISH

Bilamizki, issiqlik o'tkazuvchanlik jarayonlari turli fizik, kimyoviy, biologik va texnik tizimlarda uchraydigan asosiy hodisalardan biri bo'lib, ularni matematik modellashtirishda issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi qo'llanadi. Bu tenglama muhitning ichki tuzilishi va termofizik xossalariga bog'liq bo'lib, jarayonning vaqt o'tishi bilan qanday kechishini tasvirlaydi. Amaliy tizimlarda issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasidagi ayrim parametrlar, xususan, issiqlikni o'tkazish qobiliyatini ifodalovchi koeffitsiyent oldindan noma'lum bo'lishi mumkin. Ko'plab jarayonlarda bu koeffitsiyent muhit holatiga, tashqi ta'sirlar darajasiga yoki fizik tizimning turli sharoitlarda o'zgarishiga qarab vaqt bo'yicha farqlanadi. Shu sababli koeffitsiyentni aniqlash vazifasi matematik modellashtirishning muhim qismi hisoblanadi. Vaqtga bog'liq koeffitsiyentni aniqlash odatda teskari masala shaklida qaraladi. Teskari masalaning mohiyati shundan iboratki, tajriba yoki kuzatuv natijasida olingan ma'lumotlar asosida tenglama tarkibidagi noma'lum parametr tiklanadi. To'g'ri masalalarda tenglama va barcha shartlar ma'lum bo'lib, yechim topiladi, teskari masalalarda esa ko'pincha kuzatuvlar cheklangan bo'ladi va parametrlarni tiklash jarayoni ancha murakkab bo'ladi.

ASOSIY QISM

Teskari masalalar ko'p hollarda yaxshi qo'yilmagan bo'lib, ularning beqarorligi va sezgirligi maxsus matematik yondashuvlarni talab qiladi. Vaqtga bog'liq koeffitsiyentni aniqlash masalasi issiqlik tahlilining eng murakkab yo'nalishlaridan biri sanaladi. Bu masala sanoat texnologiyalarini boshqarish, materiallar sifatini nazorat qilish, energetik tizimlarda harorat tarqalishini monitoring qilish, biologik to'qimalardagi issiqlik jarayonlarini tahlil qilish kabi amaliy sohalarida qo'llaniladi. Shuning uchun teskari issiqlik masalalarini tahlil qilish, ularning barqarorligini ta'minlash va aniq yechimga erishish ilmiy va texnik jihatdan dolzarb hisoblanadi. Issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasida vaqtga bog'liq koeffitsiyentni aniqlash masalasining qo'yilishi turli shakllarga ega bo'lishi mumkin. Umuman olganda, issiqlik jarayoni haqida kuzatuv ma'lumotlari ma'lum bo'ladi, masalan, ma'lum nuqtada yoki chegarada vaqt davomida o'lchangan harorat qiymatlari mavjud bo'ladi. Shu kuzatuvlar asosida koeffitsiyent funksiyasi tiklanadi. Teskari masalaning murakkabligi shundaki, vaqtga bog'liq koeffitsiyent o'zgarishi haroratning vaqt bo'yicha tarqalishiga sezilarli ta'sir ko'rsatadi, shu sababli kuzatuv ma'lumotlari bilan unga mos keladigan yagona funksiya topish har doim ham oson emas. Teskari issiqlik masalalari odatda sezgirlik bilan bog'liq. Kuzatuv ma'lumotlarida juda kichik xato bo'lsa ham, koeffitsiyentning tiklangan qiymatida jiddiy og'ishlar yuzaga kelishi mumkin. Bu



TANQIDIY NAZAR, TAHLILIIY TAFAKKUR VA INNOVATSION G'UYALAR



jarayonning beqarorligidan dalolat beradi. Shu sababli regulyarizatsiya usullari qo'llaniladi. Regulyarizatsiya teskari masalani to'g'ri qo'yilgan masalaga yaqinlashtiradi va yechimni barqarorlashtiradi. Regulyarizatsiyada qo'shimcha cheklovlar qo'yiladi, ular koeffitsiyent funksiyasining tekisligini yoki fizik mazmuniga mosligini ta'minlaydi.

Vaqtga bog'liq koeffitsiyentni identifikatsiya qilishda turli matematik yondashuvlar mavjud. Analitik yondashuvlarda issiqlik tenglamasining integral shakllari, maxsus o'zgartirishlar yoki operatorlar yordamida koeffitsiyentga bog'liq bo'lgan tengsizliklar hosil qilinadi. Bu yondashuvlar nazariy asoslarni shakllantirishga yordam beradi, ammo amaliy hisoblashlarda ko'pincha sonli metodlarga ehtiyoj tug'iladi. Sonli yondashuvlarda muammo vaqt va fazo bo'yicha diskretlashtiriladi, so'ngra kuzatuv ma'lumotlariga mos yechim ketma-ket takomillashtirib boriladi. Iteratsion izlash usullari teskari issiqlik masalalarida keng qo'llanadi. Ularning asosiy g'oyasi shundan iboratki, koeffitsiyentning dastlabki taxminiy qiymati olinadi, so'ngra kuzatuvlar bilan farq kamayguncha iterativ yaxshilash amalga oshiriladi. Yondashuvning samaradorligi har bir bosqichda aniqlik oshib borishiga bog'liq. Agar kuzatuv ma'lumotlari yetarli va barqaror bo'lsa, iteratsiya orqali vaqtga bog'liq koeffitsiyent ishonchli tarzda tiklanadi. Issiqlik jarayonlarini tahlil qilishda foydalaniladigan dasturiy vositalar ham vaqtga bog'liq parametrlarni identifikatsiya qilishni soddalashtiradi. Maxsus algoritmlar yordamida harorat o'lchovlari asosida model parametrlari tiklanadi va jarayon real sharoitlarga mos ravishda modellashtiriladi. Bunday yondashuv sanoat texnologiyalarida issiqlik jarayonlarini boshqarish, termoizolyatsiya darajasini aniqlash, materiallar ichki tuzilishidagi nuqsonlarni aniqlash kabi sohalarda keng qo'llanadi. Fizik nuqtai nazardan qaralganda, koeffitsiyentning vaqt bo'yicha o'zgarishi issiqlik jarayonining holati, tashqi ta'sirlar, fazaviy o'zgarishlar yoki material holatining o'zgarishi bilan bog'liq bo'ladi. Shuning uchun koeffitsiyentni tiklash nafaqat matematik muammo, balki fizik jarayonni to'g'ri talqin qilish masalasidir. To'g'ri talqin qilingan model asosida aniq koeffitsiyent olish mumkin bo'ladi. Bu esa nazorat jarayonlarini yanada samarali qilish imkonini beradi. Teskari issiqlik masalalarining yagonalik masalasi ham muhim o'rin tutadi. Agar kuzatuv ma'lumotlari yetarli bo'lmasa, koeffitsiyentning bir nechta variantlari kuzatilgan natijalarga mos kelaverishi mumkin. Bu holat teskari masalaning yagonalik shartini buzadi. Yagonalikni ta'minlash uchun qo'shimcha shartlar yoki regulyarizatsiya qoidalari qo'llanadi. Bu usullar orqali koeffitsiyentning yagona fizik ma'noga ega bo'lgan varianti tiklanadi. Barqarorlik masalasi esa yechimning qo'shimcha shovqinlar yoki o'lchov xatoliklari ta'sirida sezilarli darajada o'zgarishini ta'minlashga qaratilgan. Issiqlik jarayonlarini kuzatishda amaliy o'lchovlar doimo xatolik bilan aniqlanadi. Shuning uchun barqaror yechim olish teskari masalaning eng asosiy talabi sanaladi. Barqarorlikni ta'minlash uchun turli filtrlar, muvozanatlash funksiyalari va optimallashtirilgan regulyarizatsiya parametrlaridan foydalaniladi. Issiqlik o'tkazuvchanlik masalalarining amaliy tatbiqlari juda keng. Materialshunoslik, metallurgiya, energetika, kimyo sanoati, biologiya, tibbiyot, qurilish muhandisligi kabi yo'nalishlarda issiqlik jarayonlarining to'g'ri modellashtirilishi ishlab chiqarish jarayonlarining sifatini oshirish,



TANQIDIY NAZAR, TAHLILIIY TAFAKKUR VA INNOVATSION G'UYALAR



resurslarni tejash va xavfsizlikni ta'minlashga xizmat qiladi. Masalan, materiallar ichidagi yordamchi qatlamlarning issiqlik o'tkazuvchanligi vaqt o'tishi bilan o'zgaradi va bu o'zgarishni aniqlash texnologik jarayonni to'g'ri boshqarishga yordam beradi. Shu tarzda vaqtga bog'liq koeffitsiyentni tiklash amaliy jihatdan juda katta ahamiyatga ega.

XULOSA

Xulosa o'rnida aytish mumkinki, issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasida vaqtga bog'liq koeffitsiyentni aniqlashning teskari masalasi matematik modellashtirishning eng dolzarb va murakkab yo'nalishlaridan biridir. Bu masala o'z tabiatiga ko'ra yaxshi qo'yilmagan bo'lib, yechimning yagonaligi, mavjudligi va barqarorligini ta'minlash maxsus matematik usullarni talab qiladi. Regulyarizatsiya yondashuvlari, iteratsion identifikatsiya usullari va zamonaviy sonli algoritmlar ushbu murakkabliklarni bartaraf etishga yordam beradi. Vaqtga bog'liq koeffitsiyentni tiklash turli amaliy sohalarda, xususan, texnologik jarayonlarni boshqarish, materiallar xossalarini aniqlash va issiqlik diagnostikasida muhim o'rin egallaydi. Teskari issiqlik masalalarini chuqur o'rganish ilmiy nazariya va amaliyot o'rtasidagi muhim bog'lanishni ta'minlaydi hamda issiqlik jarayonlarini yanada aniq modellashtirishga imkon yaratadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Abdullayev Ya. M. Matematik fizika tenglamalari. Toshkent. O'zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2019-yil.
2. Saidov S. G. Differensial tenglamalar va ularning qo'llanilishi. Toshkent. Fan va texnologiya, 2020-yil.
3. Karimov A. A. Teskari masalalar nazariyasi asoslari. Toshkent. Fan. 2018-yil.
4. Jo'rayev M. T. Issiqlik o'tkazuvchanlik jarayonlari va matematik modellashtirish. Toshkent. Innovatsiya-Ziyo. 2021-yil.
5. Eshquvvatov, S. E. Matematik analiz va matematik fizikaga kirish. Toshkent. TDPU nashriyoti. 2017-yil.
6. Qodirov B. B. Chegara masalalari va teskari masalalarning matematik modellari. Toshkent. Fan. 2022-yil.