ALGEBRAIK STRUKTURADA DETERMINANTLARNI KO‘PAYTIRISHNING MUQOBIL USULLARI

Abdullayev Sarvar Anvar o‘g‘li
Buxoro davlat Pedagogika instituti o‘qituvchisi
Xayitova Diyorabonu O’lmasovna
Buxoro davlat Pedagogika instituti
1MI-22 guruh talabasi

Annotatsiya: *Ushbu maqolada determinantlar nazariyasining muhim jihatlaridan biri — determinantlarni ko‘paytirish masalasi yoritiladi. Xususan, bir xil tartibli determinantlarni to‘rt xil usulda ko‘paytirish yo‘llari ko‘rib chiqilib, har bir usulda hosil bo‘lgan determinantning qiymati bir xil bo‘lishi matematik asosda isbotlanadi. Keltirilgan misollar orqali determinantlar ustida bajariladigan amallar, ularning xossalari va amaliy qo‘llanilishi keng yoritilgan. Maqola oliy matematika kursida o‘qitiladigan algebra bo‘limi uchun dolzarb bo‘lib, talabalar, o‘qituvchilar va tadqiqotchilar uchun foydali manba hisoblanadi.*

Kalit so‘zlar: *determinant, ko‘paytirish, matritsa*, algebra, satrlar va ustunlar, kvadrat matritsa.

ALTERNATIVE METHODS OF DETERMINANT MULTIPLICATION IN ALGEBRAIC STRUCTURES

Abdullayev Sarvar Anvar o‘g‘li
Lecturer, Bukhara State Pedagogical Institute
Xayitova Diyorabonu O’lmasovna
Student of group 1MI-22
Bukhara State Pedagogical Institute

Abstract *: This article explores one of the essential aspects of determinant theory — the multiplication of determinants. It examines four different methods for multiplying square matrices of the same order and demonstrates that despite the differences in calculation processes, the resulting determinant values remain the same. Several illustrative examples are provided to showcase the properties of determinant multiplication and its practical applications. The paper is relevant for students studying higher mathematics, as well as for educators and researchers working in the field of algebra.*

Keywords: *determinant, multiplication*, matrix, algebra, rows and columns, square matrix.

АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ МЕТОДЫ УМНОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ В АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Абдуллаев Сарвар Анвар угли
Преподаватель Бухарского государственного педагогического института
Хайитова Диёрабону Ўлмасовна
Студентка группы 1MI-22
Бухарский государственный педагогический институт

Аннотация*: В данной статье рассматривается один из ключевых аспектов теории определителей — умножение определителей. Изучаются четыре различных способа перемножения квадратных матриц одного порядка, и доказывается, что несмотря на различия в процессе вычислений, итоговое значение определителя остаётся неизменным. Приводятся примеры, иллюстрирующие свойства умножения определителей и их практическое применение. Статья будет полезна студентам, изучающим высшую математику, а также преподавателям и исследователям в области алгебры.*

Ключевые слова*: определитель*, умножение, матрица, алгебра, строки и столбцы, квадратная матрица.

Bir xil n-tartibli $\det A = \det(a_{ij})_1^n$ va $\det B = \det(b_{ij})_1^n$ determinantlarning ko’paytmasi deb, xuddi shu tartibli va barcha elementlari quyidagi to’rtta formulalarning

1) $c_{ij} = a_{i1}b_{i_j} + a_{i2}b_{j2} + \ldots\ldots + a_{in}b_{jn}$;

2) $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots\ldots + a_{in}b_{nj}$;

3) $c_{ij} = a_{i1}b_{j1} + a_{2j}b_{j2} + \ldots\ldots + a_{ni}b_{jn}$;

4) $c_{ij} = a_{i1}b_{ij} + a_{2j}b_{2j} + \ldots\ldots + a_{ni}b_{nj}$;

biri orqali hisoblanadigan $\det C = \det(c_{ij})_1^n$ determinantga yatiladi. Birinchi holda c_{ij} element detA determinantning i-satri elementlarini mos ravishda detB determinantning j-satri elementlariga ko’paytirib, hosil bo’lgan ko’paytmalarni qo’shish natijasida hosil qilinadi. Bu holda ko’paytma birinchi determinant satrlarini ikkinchi determinant satrlariga ko’paytirishdan, ikkinchi holda satrlarni ustunlarga ko’paytirishdan, uchinchi holda ustunlarni satrlarga, to’rtinchisida ustunlarni ustunlarga ko’paytirishdan hosil qilingan deyiladi. Bu to’rt holda detC=detA·detB ning c_{ij} elementlari har xil bo’lgani bilan detC determinantning qiymati bir xildir.

Misol-1. $d_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ va $d_2 = \begin{vmatrix} 2 & -5 & 2 \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix}$

determinantlarni to’rt xil usulda ko’apytiring.

Yechish:

1) $d_1 d_2 = \begin{vmatrix} 10 & 13 & 5 \\ -6 & 0 & -4 \\ -2 & -2 & -2 \end{vmatrix} = -72;$ 2) $d_1 d_2 = \begin{vmatrix} 6 & -17 & 6 \\ 3 & -12 & 7 \\ 9 & -26 & 13 \end{vmatrix} = -72;$

3) $d_1 d_2 = \begin{vmatrix} 13 & 14 & 7 \\ -6 & -2 & -4 \\ -5 & -5 & -4 \end{vmatrix} = -72;$ 4) $d_1 d_2 = \begin{vmatrix} 4 & -10 & 2 \\ 4 & -14 & 8 \\ 12 & -35 & 18 \end{vmatrix} = -72;$

Misol-2.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & d & -c \\ -c & -d & a & b \\ -d & c & -b & a \end{vmatrix}$$ determinantni hisoblang.

Yechish: Δ determinantni satrni satrga ko’paytirish yo’li bilan kvadratga ko’taramiz. Natijada, bosh diagonalda bir xil ifoda $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$, bosh diagonaldan tashqarida esa nollar hosil bo’lishini ko’ramiz. Shu sababli Δ^2=$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2$ bo’ladi. Δ ning bosh diagonali a4ga teng ko’paytmani saqlagani sababli, oxirgi tenglikning har ikkala tomonidan plyus ishorali ildiz chiqarish mumkin, shu sababli Δ =$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2$.

Misol-3. $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & -3 & -8 \\ -1 & 1 & 0 & -13 \\ 2 & 3 & 5 & 15 \end{vmatrix}$, $\delta = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -3 & -11 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ berilgan.

Δ determinantni δ determinantga ko’paytirish orqali Δ determinantni hisoblang.

Yechish: Δ determinantni δ determinantga satrlarni satrga ko’paytirish yo’li bilan ko’paytiramiz

$$\Delta\delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 24.$$

δ =1 bo’lganligi sababli Δ=24 ekanligini hosil qilamiz.

Misol -4. Δ determinantni δ determinantga ko’paytirish orqali toping:

a) $\Delta = \begin{vmatrix} -1 & -9 & -2 & 3 \\ -5 & 5 & 3 & -2 \\ -12 & -6 & 1 & 1 \\ 9 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$, $\delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$;

Yechish:

$$\Delta \bullet \delta = \begin{vmatrix} -1 \quad +18 \quad -6 \quad -9 & -9 \quad -4 \quad +12 & -2 \quad +6 & 3 \\ -5 \quad -10 \quad +9 \quad +6 & 5 \quad +6 \quad -8 & 3 \quad -4 & -2 \\ -12 \quad +12 \quad +3 \quad -3 & -6 \quad +2 \quad +4 & 1 \quad +2 & 1 \\ 9 \quad 0 \quad -6 \quad -3 & -4 \quad +4 & -2 \quad +2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}2 & -3 & 4 & 3\\ 0 & 3 & -1 & -2\\ 0 & 0 & 3 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}=2\bullet 3\bullet 3\bullet 1=18$$

$$\Delta\bullet\delta=18$$
$$\Delta\bullet 1=18$$
$$\Delta=18$$

Misol-5. $\Delta=\begin{vmatrix}-1 & 2 & -2 & 3\\ -5 & 1 & 0 & -2\\ 12 & -5 & 2 & 1\\ -2 & 9 & 0 & 1\end{vmatrix}$, $\delta=\begin{vmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0 & 0\\ 2 & 3 & -1 & 0\\ -3 & 4 & 2 & 1\end{vmatrix}$ Δ determinantni δ determinantga ko’paytirish orqali toping:

Yechish:

$$\Delta\bullet\delta=\begin{vmatrix}-1\ -2\ -4\ -9 & 2\ -6\ +12 & 2\ +6 & 3\\ -5\ -1\ +0\ +6 & 1\ +0\ -8 & 0\ -2 & -2\\ -12\ +5\ +4\ -3 & -5\ +6\ +4 & -2\ +2 & 1\\ -2\ -9\ +0\ -3 & 9\ +0\ +4 & 0\ +2 & 1\end{vmatrix}=$$

$$=\begin{vmatrix}-16 & 8 & 8 & 3\\ 0 & -7 & -2 & -2\\ 18 & 5 & 0 & 1\\ -14 & 13 & 2 & 1\end{vmatrix}=-3852$$

$$\Delta\bullet\delta=-3852$$
$$\Delta\bullet(-1)=-3852$$
$$\Delta=3852$$

Xulosa: Ushbu maqolada determinantlarni ko‘paytirishning to‘rt muqobil usuli tahlil qilinib, har bir usulda hosil bo‘lgan determinantlarning qiymati bir xil bo‘lishi isbotlandi. Misollar orqali ko‘rsatildiki, satrlar va ustunlar orqali bajarilgan turli xil ko‘paytmalar determinant qiymatiga ta'sir qilmaydi. Bu esa determinantlar nazariyasining mustahkam algebraik strukturalarga ega ekanligini ko‘rsatadi. Mazkur xossalar chiziqli algebra, matritsa amallari, fizikaviy modellashtirish hamda kompyuter grafikasi kabi turli sohalarda muhim amaliy ahamiyat kasb etadi. Keltirilgan natijalar determinantlar ustida ishlashda samaradorlikni oshirishga xizmat qiladi hamda talabalar uchun mavzuni chuqurroq anglashda qo‘llanma vazifasini o‘taydi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. A.G.Kurosh Oliy algebra kursi. Toshkent “O’qituvchi” 1976
2. Uzoqboyev, A., Abdullayev, S., & Abriyev, N. (2023). Robototexnik mexanizmlarning maxsusliklarini izlashda matritsaviy usulning qo’llanishi. Евразийский журнал математической теории и компьютерных наук, 3(1), 92-100.
3. Barotov, A. S., & Abdullayev, S. A. (2022, May). Robototexnik mexanizmlarning maxsusliklarini izlashda matritsaviy usulning qo’llanishi. In International scientific and practical conference on “Modern problems of applied mathematics and information technologies.
4. Abduhamidov A.U, Nasimov H.A,Nosirov U.M, Husanov Z.H.“Algebra va matematik analiz asoslari”. O’qituvchi. Nashriyot-matbaa ijodiy uyi. Toshkent 2008
5. Sh.A.Ayupov, B.A.Omirov, A.X.Xudoyberdiyev, F.H.Haydarov Algebra va sonlar nazariyasi (o’quv qo’llanma). Toshkent. “Tafakkur-bo’stoni” 2019.
6. Брюно А.Д. Солеев А. Локальная униформизация ветвей пространственной кревой и многоранники Ньютона // Алгебра ианализ Т. 3, вып. 1, (1991), С.
7. Anvar o'g'li, A. S. (2024). Ko‘phad rezultantining tenglamalar sistemasini yechishga tadbiqlari. Buxoro davlat pedagogika instituti jurnali, 4(4).
8. Saxayev M. “Elementar matematika masalalari to’plami” I.II qismlar.”O’qituvchi” Toshkent 1970.1972. 220-236 bet.
9. Anvar o'g'li, A. S. (2024). Kompleks o’zgaruvchili funksiyalarning integralini. Buxoro davlat pedagogika instituti jurnali, 4(4).
10. Бахронов, Б. И. У., & Холмуродов, Б. Б. У. (2021). Изучение спектра одной 3x3-операторной матрицы с дискретным параметром. Наука, техника и образование, (2-2 (77)), 31-