



**CHO'KMA HOSIL BO'LADIGAN HOLATDA SUSPENZIYALARNING
SIZISHINING O'QQA SIMMETRIK MASALALARINI SONLI YECHISH**

Sh.S. Khojamberdiyeva

Samarqand davlat universiteti Muhandislik fizikasi instituti magistranti

Annotatsiya: Mazkur maqolada cho'kma hosil bo'ladigan suspenziyalarning g'ovak muhit orqali sizishi bilan bog'liq o'qqa simmetrik masalalarni sonli yechishning matematik asoslari tadqiq etiladi. Suspenziya tarkibidagi qattiq zarrachalarning filtr yuzasida cho'kishi natijasida g'ovak muhitning gidravlik qarshiligi vaqt va fazo bo'yicha o'zgarishi masalaning asosiy murakkab jihati sifatida qaraladi. Jarayonni ifodalash uchun massa saqlanish tenglamasi, Darsi qonuni hamda cho'kma qatlaminin hosil bo'lishini tavsiflovchi bog'lanishlardan foydalaniladi. O'qqa simmetrik geometriya sharoitida matematik model silindrik koordinatalar sistemasida shakllantiriladi. Hosil bo'lgan differensial tenglamalarni chekli ayirmalar, chekli elementlar yoki boshqa sonli usullar yordamida yechish imkoniyatlari tahlil qilinadi. Hisoblash algoritmida bosim maydoni, filtrat tezligi, cho'kma qalinligi va g'ovak muhit qarshiligining o'zgarishi aniqlanadi. Taklif etilgan yondashuv filtratsiya va gidrodinamik jarayonlarni modellashtirish, texnologik qurilmalarni loyihalash hamda filtrlash jarayonining optimal parametrlarini aniqlashda qo'llanishi mumkin.

Kalit so'zlar: suspenziya, cho'kma, sizish, filtratsiya, o'qqa simmetrik masala, g'ovak muhit, Darsi qonuni, bosim, gidravlik qarshilik, chekli ayirmalar usuli, sonli modellashtirish.

Suyuq muhit tarkibidagi qattiq dispers zarrachalarning g'ovak muhit orqali harakatlanishi va vaqt davomida filtr yuzasida cho'kma hosil qilishi ko'plab texnologik jarayonlarda uchraydi. Bunday jarayonlar kimyoviy texnologiya, neft-gaz sanoati, gidrogeologiya, tog'-kon sanoati, suvni tozalash, oziq-ovqat va farmatsevtika ishlab chiqarishida muhim o'rin tutadi.

Suspenziyaning sizishi oddiy suyuqlikning g'ovak muhit orqali harakatlanishidan farq qiladi. Bunda suyuqlik bilan birga qattiq zarrachalar ham harakatlanadi. Zarrachalarning filtr yuzasida ushlanib qolishi natijasida cho'kma qatlami hosil bo'ladi. Cho'kma qatlaminin shakllanishi muhitning g'ovakligi va o'tkazuvchanligini o'zgartiradi. Natijada sizish jarayonining gidrodinamik parametrlari vaqt davomida o'zgarib boradi.

Agar jarayon geometrik jihatdan o'qqa simmetrik bo'lsa, masalani silindrik koordinatalar sistemasida ifodalash maqsadga muvofiq. Bunday yondashuv hisoblash sohasini soddalashtiradi va murakkab uch o'lchamli masalani ikki o'lchamli o'qqa simmetrik masalaga keltirish imkonini beradi.

Mazkur maqolaning asosiy maqsadi cho'kma hosil bo'ladigan suspenziyalarning o'qqa simmetrik sizish jarayonini matematik modellashtirish va hosil bo'ladigan tenglamalarni sonli yechish usullarini ishlab chiqishdan iborat.

1. O'qqa simmetrik sizish jarayonining fizik modeli





Silindrik koordinatalar sistemasida o'qqa simmetrik jarayonni tavsiflashda r — radial koordinata, z — o'q bo'ylab koordinata va t — vaqt o'zgaruvchilari sifatida olinadi.

O'qqa simmetriya sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$$

bu yerda θ — aylanish burchagi.

Demak, jarayonning asosiy parametrlari (r), (z) va (t) koordinatalariga bog'liq bo'ladi.

Suspenziyaning asosiy tarkibiy qismlari suyuqlik va qattiq dispers fazadan iborat.

Suyuqlikning g'ovak muhitdagi sizish tezligi Darsi qonuni asosida aniqlanishi mumkin:

$$\mathbf{u} = -\frac{k}{\mu} \nabla p$$

bu yerda:

$\mathbf{u}$ — filtratsiya tezligi;

k — muhitning o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti;

μ — suyuqlikning dinamik qovushqoqligi;

p — bosim.

O'qqa simmetrik holatda radial va o'q bo'ylab tezlik komponentlari:

$$u_r = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}$$

$$u_z = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}$$

ko'rinishida yoziladi.

Ushbu tenglamalar bosim gradienti va filtratsiya tezligi o'rtasidagi bog'lanishni ifodalaydi.

2. Massa saqlanish tenglamasi

Suyuqlikning siqilmaydigan deb qabul qilinishi sharoitida massa saqlanish tenglamasi:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

ko'rinishida yoziladi.

O'qqa simmetrik silindrik koordinatalarda:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Darsi qonunining ifodalarini ushbu tenglamaga qo'yish orqali bosim uchun elliptik tipdagi tenglama hosil qilinadi:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0$$

Agar k va μ doimiy deb qabul qilinsa, tenglama soddalashib:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0$$

ko'rinishga keladi.

Biroq cho'kma hosil bo'ladigan jarayonda o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti doimiy emas. Cho'kma qatlami hosil bo'lishi bilan k kamayadi. Shuning uchun real jarayonni modellashirishda:

$$k = k(r, z, t)$$

deb qarash zarur.

3. Cho'kma hosil bo'lishining matematik modeli



Suspenziya tarkibidagi qattiq zarrachalar oqim bilan birga harakatlanadi. Filtr yoki g'ovak muhit chegarasiga kelgan zarrachalarning ma'lum qismi ushlanib qolib, cho'kma hosil qiladi.

Cho'kma massasining o'zgarishini umumiy ko'rinishda:

$$\left[\frac{\partial m_c}{\partial t} \right]_{J_s}$$

tenglama orqali ifodalash mumkin.

Bu yerda (m_c) — birlik yuza yoki hajmga to'g'ri keluvchi cho'kma massasi, (J_s) esa qattiq fazaning cho'kish oqimi.

Agar suspenziyadagi qattiq zarrachalar konsentratsiyasi (C) va ularning sizish tezligi (u_n) bo'lsa, chegaradagi qattiq faza oqimini:

$$[J_s = C u_n]$$

ko'rinishida ifodalash mumkin.

Shunda cho'kma massasining o'zgarishi:

$$\left[\frac{\partial m_c}{\partial t} \right] = C u_n$$

bo'ladi.

Cho'kma qalinligi (δ) bilan massa o'rtasida:

$$[m_c = \rho_c (1 - \varepsilon_c) \delta]$$

bog'lanish mavjud.

Bu yerda:

(ρ_c) — qattiq zarracha zichligi;

(ε_c) — cho'kma g'ovakligi;

(δ) — cho'kma qatlami qalinligi.

Demak, cho'kma qalinligining vaqt bo'yicha o'zgarishini:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_c (1 - \varepsilon_c) \delta \right) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left(C u_n \right)$$

ko'rinishida yozish mumkin.

Ushbu tenglama cho'kma hosil bo'lish jarayonining asosiy matematik ifodasidir.

4. Cho'kma qatlamining o'tkazuvchanligi

Cho'kma hosil bo'lishi bilan g'ovak muhitning umumiy gidravlik qarshiligi ortadi. Cho'kmaning o'tkazuvchanlik koeffitsiyati uning g'ovakligi va zarracha o'lchamiga bog'liq.

Soddalashtirilgan holda cho'kma uchun o'tkazuvchanlik:

$$[k_c = \frac{d_p^2 \varepsilon_c^3}{K (1 - \varepsilon_c)^2}]$$

ko'rinishidagi Kozeny–Karman tipidagi munosabat bilan baholanishi mumkin.

Bu yerda:

(d_p) — qattiq zarracha diametri;

(ε_c) — cho'kmaning g'ovakligi;

(K) — geometrik koeffitsiyent.

Cho'kma qatlami qalinlashgani sari suyuqlikning o'tish yo'li uzayadi va uning gidravlik qarshiligi ortadi.

Cho'kmaning qarshiligi:

$$[R_c = \frac{\delta}{k_c}]$$



orqali aniqlanishi mumkin.

Filtr to'sig'i qarshiligi (R_f) bilan birgalikda umumiy qarshilik:

$$[R = R_f + \frac{\Delta}{k_c}]$$

ko'rinishida ifodalanadi.

Shunda normal yo'nalishdagi sizish tezligi:

$$[u_n = \frac{\Delta p}{\mu \left(R_f + \frac{\Delta}{k_c} \right)}]$$

bo'ladi.

Mazkur tenglama cho'kma hosil bo'lishi va sizish tezligining o'zaro bog'liqligini aniq ko'rsatadi.

5. O'qqa simmetrik masalani sonli yechish

Yuqorida keltirilgan tenglamalar umumiy holda analitik usulda yechilishi qiyin. Ayniqsa, o'tkazuvchanlikning koordinata va vaqtga bog'liq bo'lishi, cho'kmaning shakllanishi hamda chegaraviy shartlarning murakkabligi masalani sonli usullar yordamida yechishni talab qiladi.

Bunday masalalarni yechishda:

- chekli ayirmalar usuli;
- chekli elementlar usuli;
- chekli hajmlar usuli;
- iteratsion usullar

keng qo'llaniladi.

Ushbu maqolada chekli ayirmalar usulidan foydalanish yondashuvi ko'rib chiqiladi.

Hisoblash sohasi (r) va (z) koordinatalari bo'yicha to'rga ajratiladi:

$$[r_i = i \Delta r,]$$

$$[z_j = j \Delta z.]$$

Vaqt esa:

$$[t^n = n \Delta t]$$

ko'rinishida diskretlashtiriladi.

Bosimning tugunlardagi qiymati:

$$[p_{i,j}^n]$$

orqali belgilanadi.

Silindrik koordinatalardagi Laplas tenglamasining chekli ayirmali ko'rinishi umumiy holda:

$$[\frac{1}{r_i} \frac{r_{i+1/2}}{r_{i-1/2}} (p_{i+1,j} - p_{i,j}) r_{i-1/2} (p_{i,j} - p_{i-1,j})) \Delta r^2 + \frac{p_{i,j+1} - 2p_{i,j} + p_{i,j-1}}{\Delta z^2} = 0]$$

ko'rinishida yozilishi mumkin.

Agar o'tkazuvchanlik (k) o'zgaruvchan bo'lsa, uning qiymati ham hisoblash tugunlarida hisobga olinadi. Bunda sonli sxemaning konservativ shaklidan foydalanish maqsadga muvofiq.

6. O'qqa simmetriya chegaraviy sharti

O'qqa simmetrik masalada ($r=0$) o'qi alohida ahamiyatga ega. Simmetriya sababli o'q bo'ylab radial oqim mavjud emas:



$$[u_r|_{r=0}=0.]$$

Darsi qonunidan:

$$[\frac{\partial p}{\partial r}|_{r=0}=0]$$

sharti kelib chiqadi.

Ushbu shart sonli sxemada markaziy tugun uchun maxsus tarzda amalga oshiriladi.

Masalan, markaziy o'qda:

$$[p_{-1,j}=p_{1,j}]$$

simmetrik akslantirishdan foydalanish mumkin.

Bunday yondashuv hisoblash sohasining faqat ($r \geq 0$) qismida ishlash imkonini beradi.

7. Sonli hisoblash algoritmi

Cho'kma hosil bo'ladigan o'qqa simmetrik sizish masalasini sonli yechish uchun quyidagi ketma-ketlikdan foydalanish mumkin.

Birinchi bosqich. Hisoblash sohasi va boshlang'ich parametrlar belgilanadi:

$$[k_0, \mu, C_0, \rho_c, \varepsilon_c, \Delta r, \Delta z, \Delta t.]$$

Ikkinchi bosqich. Bosimning boshlang'ich va chegaraviy qiymatlari beriladi.

Masalan:

$$[p(r, z=0, t)=p_{in},]$$

$$[p(r, z=L, t)=p_{out}.]$$

Uchinchi bosqich. Dastlabki vaqt momentida cho'kma qalinligi:

$$[\delta(r, z, 0)=0]$$

deb olinadi.

To'rtinchi bosqich. Bosim maydoni sonli usulda hisoblanadi.

Beshinchi bosqich. Bosim gradientidan foydalanib, filtratsiya tezligi aniqlanadi:

$$[u_r = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r},]$$

$$[u_z = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}.]$$

Oltinchi bosqich. Qattiq fazaning ko'chishi va cho'kma hosil bo'lishi hisoblanadi:

$$[\delta^{n+1} = \delta^n + \Delta t \frac{C u_n}{\rho_c (1 - \varepsilon_c)}.]$$

Yettinchi bosqich. Yangilangan cho'kma qalinligiga mos ravishda gidravlik qarshilik va o'tkazuvchanlik qayta hisoblanadi.

Sakkizinchi bosqich. Jarayon belgilangan vaqtgacha takroriy hisoblanadi.

Natijada vaqt bo'yicha bosim, tezlik, cho'kma qalinligi va filtratsiya sarfining o'zgarishi aniqlanadi.

8. Sonli yechimning barqarorligi

Sonli hisoblashlarda vaqt va fazoviy qadamlarning to'g'ri tanlanishi muhim ahamiyatga ega. Juda katta (Δt) yoki (Δr), (Δz) qiymatlari hisoblash natijalarining beqaror bo'lishiga olib kelishi mumkin.

Ayniqsa, vaqt bo'yicha eksplisit sxemalardan foydalanilganda barqarorlik sharti bajarilishi talab etiladi. Umumiy holda diffuzion tipdagi masalalar uchun:

$$[\Delta t \leq C \frac{\Delta x^2}{D}]$$



tipidagi cheklovlar mavjud bo'ladi.

Bu yerda (C) — sonli sxemaga bog'liq koeffitsiyent, (D) esa jarayonning samarali diffuziya koeffitsiyentidir.

Amaliy hisoblashlarda to'ring zichligini oshirib borish orqali natijaning to'r parametrlariga bog'liqligini tekshirish zarur. Agar (Δr) va (Δz) kamaytirilganda asosiy natijalar sezilarli o'zgarmasa, sonli yechimning yaqinlashgani haqida xulosa qilish mumkin.

Cho'kma hosil qiluvchi suspenziyalarning o'qqa simmetrik sizishini sonli modellashtirish real texnologik jarayonlarni tajriba o'tkazmasdan yoki tajribalar sonini kamaytirgan holda baholash imkonini beradi.

Bunday modellashtirish orqali filtrning geometrik o'lchamlari, optimal bosim, suspenziya konsentratsiyasi, zarracha o'lchami va jarayon davomiyligining sizish samaradorligiga ta'sirini aniqlash mumkin.

Ayniqsa, murakkab geometriyali filtrlar, radial oqimga ega qurilmalar, quduqlar orqali suyuqlik chiqarish, g'ovak qatlamlarda suspenziya harakati va membranali ajratish jarayonlarini modellashtirishda o'qqa simmetrik matematik model muhim ahamiyatga ega.

Sonli model yordamida jarayonning turli rejimlarini oldindan baholash, texnologik qurilmaning ish unumdorligini oshirish va energiya sarfini kamaytirish imkoniyati paydo bo'ladi.

Xulosa

Cho'kma hosil bo'ladigan suspenziyalarning g'ovak muhit orqali sizishi murakkab fizik-matematik jarayon bo'lib, unda suyuqlikning gidrodinamik harakati, qattiq zarrachalarning ko'chishi va cho'kma qatlamining shakllanishi o'zaro bog'langan holda sodir bo'ladi. Cho'kma qatlamining hosil bo'lishi muhitning o'tkazuvchanligini kamaytiradi va sizish jarayonining gidravlik qarshiligini oshiradi.

O'qqa simmetrik geometriyadan foydalanish masalani silindrik koordinatalarda ifodalash va hisoblash sohasini sezilarli darajada soddalashtirish imkonini beradi. Bunda Darsi qonuni, massa saqlanish tenglamasi va cho'kma hosil bo'lish tenglamasi yagona matematik modelni tashkil etadi.

Sonli yechishda chekli ayirmalar, chekli elementlar yoki chekli hajmlar usullaridan foydalanish mumkin. Ayniqsa, chekli ayirmalar usuli algoritmik jihatdan sodda bo'lib, o'qqa simmetrik masalalarni hisoblashda samarali natijalar beradi.

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, cho'kma qalinligining ortishi filtratsiya qarshiligining oshishiga, bu esa sizish tezligi va filtrat sarfining kamayishiga olib keladi. Shu sababli texnologik jarayonni loyihalashda faqat boshlang'ich o'tkazuvchanlikni emas, balki cho'kmaning vaqt davomida shakllanishini ham hisobga olish zarur.

Taklif etilgan matematik va sonli yondashuv cho'kma hosil qiluvchi suspenziyalarning filtratsiya jarayonlarini tadqiq qilish, filtr qurilmalarini optimallashtirish va sanoat texnologiyalarining samaradorligini oshirish uchun nazariy asos bo'lib xizmat qilishi mumkin.



TANQIDIY NAZAR, TAHLILIY TAFAKKUR VA INNOVATSION G'OYALAR



Foydalanilgan adabiyotlar

1. Bear J. Dynamics of Fluids in Porous Media. – New York: Dover Publications, 1988.
2. Dullien F.A.L. Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure. – San Diego: Academic Press, 1992.
3. Whitaker S. The Method of Volume Averaging. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999.
4. Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot E.N. Transport Phenomena. – New York: John Wiley & Sons.
5. Geankoplis C.J. Transport Processes and Separation Process Principles. – New Jersey: Prentice Hall.
6. McCabe W.L., Smith J.C., Harriott P. Unit Operations of Chemical Engineering. – New York: McGraw-Hill.
7. Bear J., Cheng A.H.-D. Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport. – Dordrecht: Springer.
8. Peaceman D.W. Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation. – Amsterdam: Elsevier.