ANALITIK VA SONLI METODLAR YORDAMIDA DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISH

Eshboyev Ilhom
Olmaliq davlat texnika instituti
Email: ilhomjoneshboyev1996@gmail.com

Annotatsiya: *Ushbu maqolada birinchi va ikkinchi tartibli differensial tenglamalarni yechishning klassik va zamonaviy usullari o‘rtasidagi bog'liqlik va ularning yechimlaridagi farqlar ko‘rib chiqiladi. Klassik usullar analitik yechimlarga asoslangan bo‘lsa, zamonaviy usullar sonli metodlar orqali murakkab tenglamalarni yechishda qo‘llaniladi. Klassik va zamonaviy usullar o‘rtasidagi aloqadorlik tushuntiriladi va ularning matematik modellashtirishdagi o‘rni tahlil qilinadi. Zamonaviy usullar kompyuter yordamida katta va murakkab tizimlarni modellashtirish uchun katta imkoniyatlar yaratadi.*

Kalit so‘zlar: *Hisoblash matematikasi,Analitik yechim, Chegaraviy qiymat masalalari, Sonli yechimlar, Differensial operatorlar.*

Differensial tenglamalar ko‘plab fizik, texnologik va muhandislik jarayonlarini modellashtirish uchun ishlatiladi. Ular obyektlar yoki tizimlarning o‘zgarishini tavsiflashda ishlatiladi. Birinchi va ikkinchi tartibli differensial tenglamalar analitik yechimlar orqali klassik usullar bilan hal etilgan bo‘lsa, zamonaviy texnologiyalar va murakkab tizimlar rivojlanishi bilan ularni yechish uchun zamonaviy usullar, ayniqsa, sonli metodlar keng qo‘llanila boshlandi. Ushbu maqolada klassik va zamonaviy usullarni ko‘rib chiqamiz, ularning farqlari va bog‘liqliklarini tahlil qilamiz.

Metodika tahlil: Birinchi tartibli differensial tenglamalar

Klassik usullar: ko‘pincha ko‘plab fizik, kimyoviy va texnologik jarayonlarni tavsiflashda ishlatiladi. Klassik usullar birinchi tartibli tenglamalarni analitik yechishda keng qo‘llaniladi. Ularning ichida **ajratilgan o‘zgaruvchilar usuli** va **integratsiya usuli** eng ko‘p ishlatiladigan usullardandir. Bu usullarni kengroq tushuntirish orqali maqolangizning mohiyatini ochib berishga yordam beraman.

Ajratilgan o‘zgaruvchilar usuli: Ajratilgan o‘zgaruvchilar usuli – birinchi tartibli differensial tenglamalarni yechishda eng asosiy va sodda usullardan biri hisoblanadi. Bu usul o‘zgaruvchilarni alohida- ajratilgan ko‘rinishda taqdim qilishga asoslangan bo‘lib, quyidagi ko‘rinishda bo‘lgan tenglamalarda qo‘llaniladi:

$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(y) \qquad (1)$$

Bu yerda f(x) faqat x o‘zgaruvchiga bog‘liq, g(y) esa faqat yyy o‘zgaruvchiga bog‘liq bo‘ladi. Usulning mohiyati shundaki, o‘zgaruvchilarni ajratish orqali tenglamani ikki qismga bo‘lamiz:

$$\frac{1}{g(y)}dy = f(x)dx \qquad (2)$$

Keyin har bir qismini alohida integrallaymiz:

$$\int \frac{1}{g(y)}dy = \int f(x)dx \qquad (3)$$

Ushbu usulda ajratilgan o‘zgaruvchilarni integratsiya qilish natijasida yechim topiladi. Ushbu usul faqatgina o‘zgaruvchilar ajratilishi mumkin bo‘lgan tenglamalar uchun qo‘llaniladi, lekin juda ko‘p oddiy tizimlar uchun samarali hisoblanadi.

Amaliy Misol: Quyidagi oddiy tenglamani yechib ko‘raylik.

$$\frac{dy}{dx} = 2xy$$

O‘zgaruvchilarni ajratamiz:

$$\frac{1}{y}dy = 2xdx$$

Integrallash natijasi:

$$\int \frac{1}{y}dy = \int 2xdx$$

$$\ln | y |= x^2 + C$$

Yechimni y ga nisbatan ifodalaymiz:

$$y = Ce^{x^2}$$

Bu ajratilgan o‘zgaruvchilar usuli orqali topilgan umumiy yechimdir.

Integratsiya usuli. Integratsiya usuli ham birinchi tartibli differensial tenglamalarni yechishda ishlatiladi, lekin u qo‘shimcha qadamlarni talab qiladi. Oddiy integratsiya usuli to‘g‘ri chiziqli tenglamalar uchun ishlatiladi, bu tenglamalar quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

Bu yerda P(x) va Q(x) - x ga bog‘liq funksiya. Integratsiya usuli yordamida bu tenglamani yechishda quyidagi qadamlar ko‘riladi:

Tenglamani birinchi qadamda integrallanuvchi faktor bilan ko‘paytirish kerak bo‘ladi:

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx} \qquad (4)$$

Tenglamaning har bir qismini integrallanuvchi factor μ(x) ga ko‘paytiramiz:

$$\mu(x)\frac{dy}{dx} + \mu(x)P(x)y = \mu(x)Q(x) \qquad (5)$$

Tenglama endi quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\frac{d}{dx}[\mu(x)y] = \mu(x)Q(x) \qquad (6)$$

Endi bu tenglamani to‘liq integrallashtiramiz:

$$\mu(x)y = \int \mu(x)Q(x)dx + C \qquad (7)$$

Bu yerda C – ixtiyoriy konstantadir. Keyin yechimni y ga nisbatan topamiz:

$$y = \frac{1}{\mu(x)}(\int \mu(x)Q(x)dx + C \qquad (8)$$

Ajratilgan o‘zgaruvchilar usuli va **integratsiya usuli** birinchi tartibli differensial tenglamalarni yechishning klassik usullari bo‘lib, ular oddiy fizik va matematik jarayonlarni modellashtirishda keng qo‘llaniladi. Ajratilgan o‘zgaruvchilar usuli to‘g‘ridan-to‘g‘ri o‘zgaruvchilarni ajratib integrallash orqali ishlatilsa, integratsiya usuli murakkabroq tenglamalar uchun qo‘llaniladi. Ushbu usullarni tushunish zamonaviy sonli usullarga asos yaratadi va ko‘plab muhandislik masalalarini yechishda foydali bo‘ladi.

Xulosa: Birinchi va ikkinchi tartibli differensial tenglamalarni yechish usullari zamonaviy texnologiya va fan sohalarida katta ahamiyatga ega. Klassik usullar, masalan, ajratilgan o‘zgaruvchilar va integratsiya usullari oddiy differensial tenglamalarni analitik yechishda samarali bo‘lsa-da, zamonaviy texnologiyalar rivojlanishi bilan murakkabroq jarayonlarni yechish uchun sonli metodlar qo‘llanila boshlandi.

Finite element usuli va chegaraviy qiymat usullari kabi zamonaviy usullar murakkab geometrik shakllar, fizikaviy jarayonlar va nozik texnologik tizimlarni modellashtirishda keng qo‘llaniladi. Ular orqali texnika va muhandislik sohalaridagi real dunyo masalalari, masalan, issiqlik o‘tkazish, suyuqlik mexanikasi, va mexanik konstruksiyalar kabi jarayonlar aniq modellashtiriladi va tahlil qilinadi. Shunday qilib, klassik va zamonaviy usullar bir-birini to‘ldirib, differensial tenglamalar bilan ishlashda keng imkoniyatlar yaratadi. Murakkab texnologik va ilmiy muammolarni hal qilishda bu usullarni qo‘llash natijasida samaradorlik oshadi va tizimlarning to‘g‘ri ishlashi ta’minlanadi. Kelajakda ushbu usullarni yanada chuqurroq qo‘llash, murakkab tizimlar bilan ishlashda innovatsion yondashuvlar yaratish imkonini beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

[1]. Oddiy Differensial Tenglamalar. T. Jo‘rayev. Toshkent: O‘qituvchi, 2008.
[2]. Differensial Tenglamalar va Ularning Tatbiqlari. A. Sadullayev. Toshkent, 2012.
[3]. Oliy Matematika. Sh. Alimuhamedov. Toshkent: Fan va texnologiya, 2016.
[4]. Matematik Fizika Tenglamalari. B. Xo‘jayev. Toshkent, 2014.
[5]. Sonli Usullar. Q. Shodiyev. Toshkent: Universitet, 2018.
[6]. Hisoblash matematikasi asoslari. R. Malikov. Toshkent, 2015.
[7]. Advanced Engineering Mathematics. Erwin Kreyszig. Wiley, 2011.

[8]. Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. William E. Boyce va Richard C. DiPrima. John Wiley & Sons, 2017.

[9]. An Introduction to the Finite Element Method. J. N. Reddy. McGraw-Hill, 2006.

[10]. Numerical Methods for Engineers. Steven C. Chapra va Raymond P. Canale. McGraw-Hill, 2015.