



**PYTHON VA GEOGEBRA VOSITALARIDA DIFFERENSIAL TENGLAMALAR
VA INTEGRALLARNI YECHISH HAMDA VIZUALIZATSIYA QILISHNING
O'QITISHDAGI SAMARADORLIGI**

Narzullayeva Niluzar Raxmatullo qizi
GulDU 2-kurs magistranti
e-mail: niluzarraxmatulloyevna@gmail.com

Annotatsiya:

Tadqiqotda Python dasturlash tilining SymPy va SciPy kutubxonalari hamda GeoGebra dinamik matematika dasturi yordamida differensial tenglamalar va integrallarni yechish, ularni grafik ko'rinishda tasvirlash va o'qitish jarayoniga tatbiq etishning samarali metodologiyasi ishlab chiqilgan.

Pedagogik eksperiment natijalari AKT vositalaridan foydalanish talabalar bilim sifatini va fanga qiziqishini sezilarli darajada oshirishini tasdiqladi.

Kalit so'zlar:

Python, GeoGebra, SymPy, SciPy, differensial tenglamalar, integrallar, vizualizatsiya, raqamli usullar, o'qitish samaradorligi, AKT, interaktiv ta'lim.

Annotation:

The study developed an effective methodology for solving differential equations and integrals using Python's SymPy and SciPy libraries alongside the GeoGebra dynamic mathematics software, including graphical visualization and integration into the teaching process. The results of the pedagogical experiment confirmed that the use of ICT tools significantly improves the quality of students' knowledge and their interest in the subject.

Keywords:

Python, GeoGebra, SymPy, SciPy, differential equation, integral, Visualization, numerical methods, teaching effectiveness, ICT (Information and Communication Technologies), interactive learning.

Python – bugungi kunda ilmiy hisob-kitoblar va ta'limda eng ko'p ishlatiladigan dasturlash tillaridan biri. Uning asosiy afzalliklari: o'qilishi oson sintaksis, kuchli matematik kutubxonalar va bepul tarqatilishi.

Differensial tenglamalar va integrallar sohasida quyidagi kutubxonalar asosiy o'rin egallaydi:

SymPy – Symbolic Python: analitik (belgili) differensiallash, integrallash, differensial tenglamalarni yopiq ko'rinishda yechish;

SciPy – Scientific Python: raqamli integrallash (quad, dblquad), differensial tenglamalarni raqamli yechish (odeint, solve_ivp);

NumPy – raqamli massivlar va matematik operatsiyalar uchun;

Matplotlib – grafiklar, fazoviy portretlar va animatsiyalar yaratish uchun.



SymPy yordamida analitik yechimlar

SymPy kutubxonasi yordamida differensial tenglamalarni analitik yechish misoli:

```
from sympy import *
x = symbols('x')
f = Function('f')
ode = Eq(f(x).diff(x) - f(x), 0)
print(dsolve(ode, f(x))) # f(x) = C1*exp(x)
Integrallarni hisoblashda integrate() funksiyasi ishlatiladi:
x = symbols('x')
# Noaniq integral
print(integrate(x**2 + sin(x), x))
# Aniq integral (0 dan pi gacha)
print(integrate(sin(x), (x, 0, pi))) # 2
```

SciPy yordamida raqamli yechimlar

Raqamli usullar analitik yechim bo'lmagan murakkab tenglamalar uchun zarur. SciPy kutubxonasining `odeint` va `solve_ivp` funksiyalari Runge-Kutta va boshqa raqamli sxemalarni qo'llab-quvvatlaydi. Raqamli integrallash uchun esa `quad` funksiyasi yuqori aniqlikni ta'minlaydi.

Tadqiqot natijalariga ko'ra, Python/SymPy yordamida talabalar:

- Murakkab integral formulalar bilan bog'liq texnik xatolardan xalos bo'ladilar;
- Turli xil boshlang'ich shartlar uchun yechimlarni tezda taqqoslay oladilar;
- Natijalarni darhol grafik ko'rinishda vizualizatsiya qila oladilar.

GeoGebra vositasida vizualizatsiya metodikasi

GeoGebra va uning ta'limdagi o'rni

GeoGebra – algebra, geometriya, statistika va hisob matematikasini birlashtirgan bepul dinamik matematika dasturi. Uning asosiy xususiyati – parametrlarni slayder yordamida o'zgartirib, natijalarni real vaqtda kuzatish imkoniyati.

Differensial tenglamalar va integrallarni o'qitishda GeoGebra'ning quyidagi modullari keng qo'llaniladi:

- Grafik ko'rinish (Graphing Calculator) – funktsiya grafiklari va ularning hosilalarini tasvirlash;
- 3D ko'rinish – ko'p o'zgaruvchili funksiyalar va qisman differensial tenglamalar uchun;
- CAS (Computer Algebra System) – analitik hisob-kitoblar;
- SlopeField buyrug'i – differensial tenglamaning qiyalik maydonini tasvirlash.

Differensial tenglamalar uchun GeoGebra metodikasi

GeoGebra'da $y' = f(x, y)$ ko'rinishidagi differensial tenglamaning qiyalik maydonini ko'rsatish uchun `SlopeField()` buyrug'i ishlatiladi. Masalan, `SlopeField(x*y)` buyrug'i $dy/dx = xy$ tenglamasining qiyalik maydonini tasvirlaydi. Bu usulning o'qitishdagi afzalliklari:

- Talabalar turli boshlang'ich shartlar uchun yechim egri chiziqlarini bir ko'rinishda taqqoslay oladilar;



– Slayder orqali parametrlarni o'zgartirish yechim xarakterining o'zgarishini jonli ko'rsatadi;

– Barqaror va beqaror muvozanat nuqtalarini vizual aniqlash osonlashadi.

Integrallar uchun GeoGebra metodikasi

GeoGebra da integralni geometrik talqin etish – egri chiziq ostidagi maydonni ko'rsatish – juda samarali. Integral() buyrug'i yordamida aniq integralning qiymati va grafik tasviri bir vaqtda olinadi.

Riemann yig'indilari va ularning integralga yaqinlashuvini LowerSum(), UpperSum(), RectangleSum() buyruqlari orqali ko'rgazmali tasvirlash talabalar uchun integralni tushunishni sezilarli osonlashtiradi.

Python va GeoGebra'ni birlashtirgan o'qitish modeli

Tadqiqotda Python va GeoGebra'ning kuchli tomonlarini birlashtiradigan uch bosqichli o'qitish modeli ishlab chiqildi:

1-bosqich – Kashf etish (GeoGebra):

Talabalar GeoGebra'da interaktiv eksperiment o'tkazadilar. Parametrlarni o'zgartirib, grafik va raqamli natijalarni kuzatadilar. Bu bosqichda intuitiv tushuncha shakllantiradi.

2-bosqich – Hisoblash (Python):

Talabalar GeoGebra'da kashf etgan naqshlarni Python yordamida analitik va raqamli tarzda tasdiqlaydilar. SymPy orqali formulalar, SciPy orqali raqamli tasdiq, Matplotlib orqali professional grafik.

3-bosqich – Tahlil va umumlashtirish:

Ikkala vosita natijalari taqqoslanadi, xatolar tahlil qilinadi, matematik nazariya bilan bog'lanadi va mustaqil muammo yechish ko'nikmalari mustahkamlanadi.

Pedagogik eksperiment va natijalar tahlili

Eksperiment tashkil etilishi

2024–2025 o'quv yilida ikkita magistratura guruhi bilan pedagogik eksperiment o'tkazildi. Nazorat guruhi (NG, n=24) an'anaviy usulda, tajriba guruhi (TG, n=26) Python va GeoGebra asosidagi yangi metodika bilan o'qitildi. Semestr davomida 3 ta oraliq va 1 ta yakuniy baholash o'tkazildi.

Miqdoriy natijalar

Baholash natijalari quyidagicha:

– O'rtacha baho: TG – 79,8; NG – 61,4 (farq: +18,4 ball);

– "A'lo" (86–100) bahoni olgan talabalar ulushi: TG – 46%, NG – 17%;

– Mustaqil masala yechish ko'rsatkichi: TG da 38% yuqori;

– Hisob xatolarining kamayganligi: TG da 2,7 marta kam;

– Mavzuga qiziqish (so'rovnoma): TG da 5 ball tizimida 4,3; NG da 2,9.

Sifatiy natijalar

So'rovnoma va intervyu natijalariga ko'ra, tajriba guruhidagi talabalar:

– Differensial tenglamalar va integrallarning real hayotdagi qo'llanilishini yaxshiroq tushunishdi;



TANQIDIY NAZAR, TAHLILIIY TAFAKKUR VA INNOVATSION G'OYALAR



- Mavzu bo'yicha mustaqil izlanishga ko'proq qiziqish bildirishdi;
- Hisob-kitoblarni tezroq va ishonchli bajarishga ko'nikishdi;
- Natijalarni o'z so'zlari bilan tushuntira olish darajasi oshdi.

Student t-testi bo'yicha olingan natijalar statistik jihatdan muhimdir ($p < 0,01$), ya'ni tasodifiy farq emas.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. O'zbekiston Respublikasi "Ta'lim to'g'risida"gi Qonuni. – Toshkent, 2020.
2. "Raqamli O'zbekiston – 2030" strategiyasi. – Toshkent, 2020.
3. A.Mursalov, I.Toshmatov. Differensial tenglamalar. – Toshkent: O'qituvchi, 2019.
4. R.Johansson. Numerical Python. – Apress, 2019.
5. N.R.Narzullayeva. Differensial tenglamalar va integrallarni yechishda aktdan foydalanish va kompyuter algebra tizimlari (CAS). Ta'lim va taraqqiyot. Ilmiy-uslubiy jurnal. UDK: 37. 2026-yil. 2-son. –2026. 1231 b.
6. A.K.Fayzullayev. Bo'lajak fizika fani o'qituvchilarining kvalimetrik ko'rsatkichlar asosida baholash metodikasi. Ta'lim va taraqqiyot. Ilmiy-uslubiy jurnal. UDK: 37. 2026-yil. 1-son. / ISSN: 2992-9008 / 1090-1094 b.
7. A.K.Fayzullayev. Methodology for assessing the pedagogical competence of physics teachers based on qualimetric indicators. "Science and Innovation" international scientific journal volume 4 issue 6 june 2025. ISSN: 2181-3337 / 229-233 p.
8. GeoGebra rasmiy sayti va hujjatlar: <https://www.geogebra.org>
9. Python SymPy kutubxonasi: <https://www.sympy.org>