



**ZAMONAVIY TA'LIM STRATEGIYALARI:
MUAMMO VA YECHIMLAR**
Xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya
2026-yil 30-aprel



**DINAMIK JARAYONLARNI MATEMATIK MODELLASHTIRISHDA
DIFFERENSIAL TENGLAMALAR TIZIMINING ROLI - TIL O'RGANUVCHILAR
KONTINGENTI MISOLIDA**

Jo'rayeva Feruza Baxtiyor qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

feruzajorayevaasila@mail.ru

Fayzullayeva E'zoza O'tkir qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

fayzullayevaezoza312@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada dinamik jarayonlarni differensial tenglamalar tizimi yordamida modellashtirishning nazariy imkoniyatlari ko'rib chiqiladi. Tadqiqot doirasida til o'rganuvchilar kontingenti dinamikasini ifodalovchi soddalashtirilgan matematik model qurilib, uning ma'lum parametrlar sharoitidagi xulq-atvori tahlil qilingan. Lyapunovning barqarorlik nazariyasi va Python muhitida o'tkazilgan sonli simulyatsiyalar yordamida tizimning muvozanat holatiga intilish ehtimoli o'rganildi. Maqolada keltirilgan xulosalar tanlangan chekli shartlar doirasida olingan bo'lib, ijtimoiy jarayonlarni tahlil qilishda yordamchi uslubiy vosita sifatida qaralishi mumkin.

Kalit so'zlar: differensial tenglamalar tizimi, matematik modellashtirish, barqarorlik tahlili, statsionar nuqta, til o'rganish dinamikasi, sonli simulyatsiya.

Аннотация. В данной статье рассматриваются теоретические возможности моделирования динамических процессов с помощью систем дифференциальных уравнений. В рамках исследования разработана упрощенная математическая модель, описывающая динамику контингента изучающих язык, и проанализировано её поведение при определенных параметрах. Вероятность стремления системы к состоянию равновесия исследована с использованием теории устойчивости Ляпунова и численных симуляций, проведенных в среде Python. Выводы, представленные в статье, получены в рамках выбранных ограниченных условий и могут рассматриваться как вспомогательный методологический инструмент для анализа социальных процессов.

Ключевые слова: система дифференциальных уравнений, математическое моделирование, анализ устойчивости, стационарная точка, динамика изучения языка, численное моделирование.

Abstract. This article examines the theoretical possibilities of modeling dynamic processes using systems of differential equations. Within the framework of the study, a simplified mathematical model representing the dynamics of language learners is developed, and its behavior under specific parameters is analyzed. The probability of the system tending toward an equilibrium state is investigated using Lyapunov stability theory and numerical simulations



**ZAMONAVIY TA'LIM STRATEGIYALARI:
MUAMMO VA YECHIMLAR**
Xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya
2026-yil 30-aprel



conducted in the Python environment. The conclusions presented in the article are obtained within the selected finite conditions and can be considered as an auxiliary methodological tool for analyzing social processes.

Keywords: *system of differential equations, mathematical modeling, stability analysis, stationary point, language learning dynamics, numerical simulation.*

Insoniyatni doimo bir savol qiziqtirib kelgan: “Jarayon vaqt o‘tishi bilan qanday o‘zgaradi?” Fizikadagi harakat, kimyoviy reaksiyalar tezligi, iqtisodiy o‘sish yoki epidemiya tarqalishi — bularning barchasi dinamik xarakterga ega.

Differensial tenglamalar aynan mana shu “o‘zgarish”ni o‘rganish uchun xizmat qiladi. Agar oddiy algebraik tenglamalar bizga biror nuqtadagi holatni ko‘rsatsa, differensial tenglamalar funksiyaning *hosilasi* orqali uning kelajakdagi yo‘nalishini bashorat qiladi.

Zamonaviy ilm-fanda differensial tenglamalar apparati universal xarakterga ega bo‘lib, u turli tabiatli dinamik jarayonlarni matematik tilda ifodalashning asosiy vositasi hisoblanadi. Xususan, *mexanikada* Nyuton qonunlari asosida sayyoralarning harakati va raketa trayektoriyalari kabi murakkab kinetik jarayonlar hisoblansa, *biologiyada* ushbu usul populyatsiyalar ko‘payishi, ozuqa zanjiridagi yirtqich-o‘lja munosabatlari va ekotizim barqarorligini tahlil qilish imkonini beradi.

Shu bilan birga, *iqtisodiyotda* inflyatsiya darajasi, kapital oqimi va bozor muvozanatining vaqt o‘tishi bilan shakllanishi differensial modellar yordamida prognoz qilinsa, *sotsiologiyada* axborotning jamiyatda tarqalishi, saylovoldi jarayonlari va til o‘rganuvchilar kontingenti dinamikasi kabi ijtimoiy hodisalar ushbu tenglamalar tizimi orqali aniq miqdoriy ko‘rsatkichlarda ifodalanadi. Bunday fanlararo (interdissiplinar) yondashuv har qanday dinamik tizimning ichki qonuniyatlarini tushunish va uning kelajakdagi holatini ilmiy asoslangan holda bashorat qilish imkonini beradi.

Ko‘pincha murakkab real jarayonlarni yagona differensial tenglama bilan tavsiflash imkonsiz bo‘lib, bunda hodisalarning o‘zaro bog‘liqligi (interdependency) sababli differensial tenglamalar tizimiga murojaat qilish zarurati tug‘iladi. Bunday tizimli yondashuv, xususan, o‘zaro ta’sirlashuvchi ob’ektlar (masalan, yirtqich-o‘lja munosabatlarida yirtqichlar populyatsiyasi o‘zgarishining o‘lja soniga, o‘lja sonining esa yirtqichlar o‘sish sur‘atiga teskari ta’sir ko‘rsatishi), bosqichma-bosqich kechadigan zanjir reaksiyalari (sog‘lom, kasal va tuzalganlar guruhi o‘rtasidagi epidemiologik o‘tishlar kabi har bir bosqichning umumiy dinamikaga bog‘liqligi) hamda jarayon natijasi uning boshlang‘ich sababiga qayta ta’sir o‘tkazadigan teskari aloqa mexanizmlari mavjud bo‘lganda qo‘llaniladi. Natijada, bir-biriga ta’sir etuvchi o‘zgaruvchilar yagona matematik tizimni tashkil etib, jarayonning ichki rivojlanish mexanizmini to‘liqroq ochib beradi.

Differensial tenglamalar tizimi orqali har qanday hayotiy jarayonni eng sodda chiziqli model ko‘rinishida ifodalash shunchaki nazariy soddalashtirish emas, balki murakkab dinamik



**ZAMONAVIY TA'LIM STRATEGIYALARI:
MUAMMO VA YECHIMLAR**
Xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya
2026-yil 30-aprel



hodisalarni ilmiy asoslangan holda tushunish va boshqarish uchun zarur bo'lgan fundamental asbobdir. Bunday yondashuv tadqiqotchiga uchta strategik ustunlikni taqdim etadi:

Birinchi, tizimning barqarorlik tahlili. Har qanday dinamik jarayon vaqt o'tishi bilan qaysidir muvozanat holatiga intiladi yoki undan uzoqlashadi. Chiziqli tizimlar nazariyasi, xususan, Lyapunovning barqarorlik mezonlari yordamida tizimning "hayotiy chegarasini" aniqlash mumkin. Bu esa jarayonning o'z-o'zidan tiklanish (stabilizatsiya) qobiliyatiga egami yoki tashqi aralashuvsiz inqirozga (dissipatsiya) yuz tutadimi, buni matematik hisob-kitob orqali oldindan bashorat qilish imkonini beradi.

Ikkinchi, modelning bashorat qilish kuchi. Chiziqli differensial tenglamalar tizimining eng muhim ustunligi — uning aniq analitik yechimga ega ekanligidir. Bu xususiyat vaqtning ixtiyoriy lahzasida tizim holatini (masalan, populyatsiya soni yoki resurs miqdorini) aniq formula orqali hisoblash imkonini beradi. Natijada, jarayonning kelajakdagi xulq-atvorini fazaviy traektoriyalar yordamida vizuallashtirish orqali "burilish nuqtalari" qachon yuz berishini ilmiy aniqlikda ko'rish mumkin bo'ladi.

Uchinchi, boshqaruv parametrlarini identifikatsiya qilish. Modellashtirish jarayonida aniqlangan koeffitsientlar tizimga ta'sir etuvchi eng muhim "dastaklar" hisoblanadi. Chiziqli tizim tahlili orqali qaysi parametr (masalan, o'sish tezligi yoki kamayish koeffitsienti) jarayon barqarorligiga ko'proq hissa qo'shayotganini aniqlash mumkin. Bu esa tasodifiy qarorlar qabul qilish o'rniga, jarayonni matematik asoslangan strategiyalar orqali samarali boshqarish uchun poydevor yaratadi.

Yuqorida bayon etilgan chiziqli tizimlar nazariyasini real ijtimoiy jarayonga tatbiq etish maqsadida, til o'rganish bozoridagi ikki asosiy guruh o'rtasidagi dinamikani ko'rib chiqamiz. Ushbu modelda nazariyada keltirilgan *barqarorlik, bashorat va boshqaruv* tamoyillari quyidagi o'zgaruvchilar orqali ifodalanadi.

Ushbu ishning maqsadi — til o'ganayotganlar soni $x(t)$ va til o'ganishga qiziqayotganlar soni $y(t)$ o'rtasidagi munosabatni differensial tenglamalar tizimi orqali modellashtirish va natijalarni tahlil qilishdan iborat.

Asosiy qism. Modelda quyidagi o'zgaruvchi va parametrlardan foydalaniladi:

- $x(t)$ — vaqtning t lahzasida til o'ganayotganlar soni;
- $y(t)$ — vaqtning t lahzasida til o'ganishga qiziqayotganlar soni;
- α — qiziquvchilardan o'rganuvchilarga o'tish tezligi (konversiya koeffitsienti);
- β — til o'rganuvchilarning bir qismi jarayondan chiqqanda kamayishi uchun ishlatiladigan koeffitsient;
- δ — qiziquvchilar guruhining tabiiy kamayish koeffitsienti.

Yuqoridagi o'zgaruvchilar asosida quyidagi differensial tenglamalar tizimi tuzildi.



**ZAMONAVIY TA'LIM STRATEGIYALARI:
MUAMMO VA YECHIMLAR**
Xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya
2026-yil 30-aprel



$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha y - \beta x \\ \frac{dy}{dt} = \beta x - \delta y \end{cases}$$

Bu yerda birinchi tenglama $\frac{dx}{dt} = \alpha y - \beta x$ — til oʻganayotganlar sonining oʻzgarish tezligini ifodalaydi. Qiziquvchilar sonining α koeffitsienti bilan koʻpaytmasiga teng boʻlib, oʻganuvchilardan β tezligida chiqish oqimi ham kuzatiladi.

Ikkinchi tenglama $\frac{dy}{dt} = \beta x - \delta y$ — qiziquvchilar sonining dinamikasini ifodalaydi. Oʻganuvchilar guruhidan β tezligida qiziquvchilar soni toʻldiriladi, lekin δ tezligida (reklamanning taʼsiri pasayganda yoki sertifikat maqsadiga erishilganda) ushbu guruh kamayadi.

Tuzilgan model orqali quyidagi ijtimoiy jarayonlarni kuzatish mumkin.

y → x bogʻliqlik. Qiziquvchilar qancha koʻp boʻlsa, shuncha koʻp odam oʻganishni boshlaydi, yaʼni x ortadi. Bu holat taʼlim muassasalari uchun muhim. Qiziqish katta boʻlsa, yangi oʻganuvchilar oqimi koʻpayadi.

x → y bogʻliqlik. Til oʻganuvchilar koʻpaygan sari til keng tarqaladi, reklamalar, sertifikat imkoniyatlari va muvaffaqiyat namunalari atrofidagi qiziqish (y) ham oʻsib boradi.

Shunday qilib, tizim oʻzaro bogʻliq. Qiziquvchilar → oʻganuvchilar → kengaygan muhit → yangi qiziquvchilar. Bu dinamik muvozanat tizimning sosiy xususiyatidir.

Tizimning stasionar (muvozanat) holati $\frac{dx}{dt} = 0$ va $\frac{dy}{dt} = 0$ shartlarini bir vaqtda qoʻllashdan topiladi.

$$\begin{aligned} \alpha y - \beta x = 0 &\Rightarrow y = \frac{\beta}{\alpha} \cdot x \\ \beta x - \delta y = 0 &\Rightarrow x = \frac{\delta}{\beta} \cdot y \end{aligned}$$

Bu tenglamalardan koʻrinib turibdiki, tizim trivial boʻmagan muvozanat holatiga ega boʻishi uchun $\alpha\delta = \beta^2$ sharti bajarilishi lozim. Bu holat oʻganuvchilar va qiziquvchilar oʻrtasidagi nisbat barqarorlashganini bildiradi.

Parametrlar nisbatiga koʻra tizimning xulq-atvori farqlanadi. Agar $\alpha > \delta$ boʻlsa, oʻganuvchilar soni vaqt oʻtishi bilan oʻsib boradi; agar $\alpha < \delta$ boʻlsa, tizim muvozanat holatiga intiladi yoki kamayish tendentsiyasi kuzatiladi.

Modelning amaliy koʻrinishida parametrlarni aniqlash uchun real statistik maʼlumotlardan foydalanish zarur.

- α — til kurslari reklamasi, ijtimoiy tarmoqlardagi faollik va til muhitiga qarab oʻzgaradi;
- β — oʻganuvchilarning oʻganishdan toʻxtalib qolishi yoki boshqa tilni tanlash ehtimolini ifodalaydi;
- δ — qiziquvchilar guruhining tabiiy kamayishi, masalan sertifikat olgach yoki maqsadga erishgach bilan bogʻliq.



**ZAMONAVIY TA'LIM STRATEGIYALARI:
MUAMMO VA YECHIMLAR**
Xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya
2026-yil 30-aprel



Qurilgan matematik model to'g'ri ishlashini isbotlash uchun uch bosqichli tekshirish amalga oshirildi.

1. Tenglamalarning matematik to'g'riligi — statsionar nuqta va xarakteristik tenglamani tahlil qilish;
2. Barqarorlik mezonlarini qo'llash — Lyapunov nazariyasi asosida;
3. Sonli simulyatsiya — boshlang'ich shartlar bilan differensial tenglamalar tizimini raqamli yechib, natijalarni grafik ko'rinishida tekshirish.

Muvozanat holatida o'zgarish yo'q, ya'ni $\frac{dx}{dt} = 0$ va $\frac{dy}{dt} = 0$ Tizimning statsionar nuqtasi

$$\alpha y - \beta x = 0 \Rightarrow y = \frac{\beta}{\alpha} \cdot x$$

$$\beta x - \delta y = 0 \Rightarrow x = \frac{\delta}{\beta} \cdot y$$

shartlardan topiladi. Bu ikki tenglamani birga yechganda, agar $\alpha\delta \neq \beta^2$, tizimning yagona statsionar nuqtasi $E^* = (0, 0)$ bo'ladi. Bu holat modelning amaliy talqinida, vaqt o'tishi bilan barcha qiziquvchilar (y) va o'rganuvchilar (x) soni nolga intiladi, ya'ni tizim muvozanat holatiga keladi.

Tizimning statsionar nuqta $(0,0)$ atrofidagi holatini o'rganish uchun $A = \begin{pmatrix} -\beta & \alpha \\ \beta & -\delta \end{pmatrix}$ matritsa tuziladi. Bu yerda $\alpha = 0.2$ (konversiya), $\beta = 0.3$ (chiqish), $\delta = 0.4$ (kamayish). Matritsaning izi va determinanti:

$$\text{tr}(A) = -\beta - \delta = -0.3 - 0.4 = -0.7 < 0 \quad \checkmark$$

$$\det(A) = \beta \cdot \delta - \alpha \cdot \beta = (0.3)(0.4) - (0.2)(0.3) = 0.12 - 0.06 = 0.06 > 0 \quad \checkmark$$

1-Jadval . Barqarorlik mezonlari (Lyapunov linearizatsiya nazariyasi)

Mezon	Shart	Bizning model
Iz	$\text{tr}(A) < 0$	$-0.7 < 0 \quad \checkmark$
Determinant	$\det(A) > 0$	$0.06 > 0 \quad \checkmark$
Diskriminant	$\text{tr}^2 - 4\det > 0$	$0.49 - 0.24 = 0.25 > 0$ \checkmark
Xarakteristik qiymat λ_1	$\text{Re}(\lambda) < 0$	$\lambda_1 = -0.10 < 0 \quad \checkmark$
Xarakteristik qiymat λ_2	$\text{Re}(\lambda) < 0$	$\lambda_2 = -0.60 < 0 \quad \checkmark$
Barqarorlik turi	Barqaror tugun	Barqaror tugun \checkmark

Barqarorlikni analitik isbotlash uchun xarakteristik tenglama tuziladi

$$(\det(A - \lambda I) = 0): \lambda^2 + (\beta + \delta)\lambda + (\beta\delta - \alpha\beta) = 0$$

$$\lambda^2 + (0.3 + 0.4)\lambda + (0.3 \cdot 0.4 - 0.2 \cdot 0.3) = 0$$



**ZAMONAVIY TA'LIM STRATEGIYALARI:
MUAMMO VA YECHIMLAR**
Xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya
2026-yil 30-aprel



$$\lambda^2 + 0.7\lambda + 0.06 = 0$$

Kvadrat tenglama formulasi orqali yechiladi:

$$\lambda_1 = \frac{-0.7 + 0.5}{2} = -0.10$$

$$\lambda_2 = \frac{-0.7 - 0.5}{2} = -0.60$$

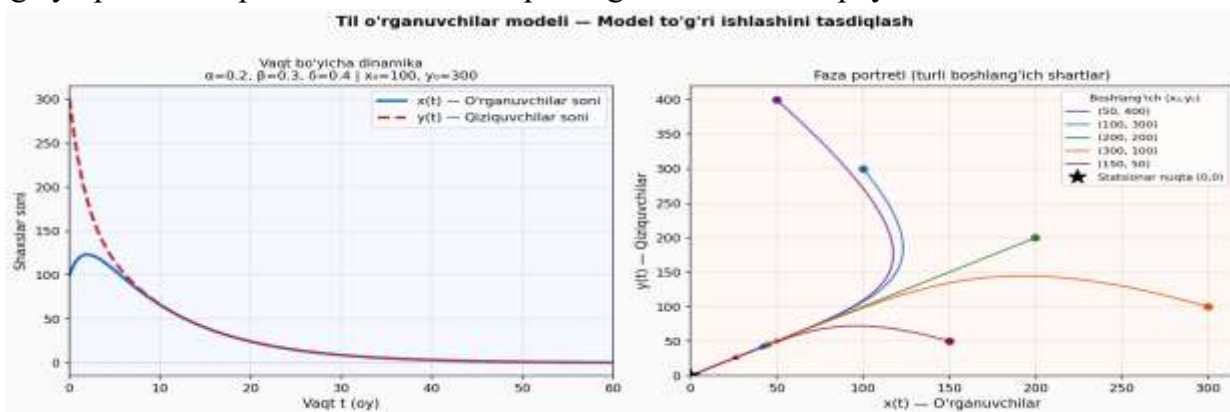
Ikkala xarakteristik qiymat ham manfiy haqiqiy son ($\lambda_1 = -0.10$, $\lambda_2 = -0.60$). Bu tizimning statsionar nuqtasi (0,0) ga nisbatan *barqaror tugun* ekanligini anglatadi. Ya'ni, ixtiyoriy boshlang'ich shartdan boshlanuvchi har qanday yechim $t \rightarrow \infty$ da statsionar nuqtaga yaqinlashadi.

Model to'g'riligini eksperimental tekshirish maqsadida Python yordamida sonli yechim olindi. Quyidagi boshlang'ich shartlar va parametrlar qo'llandi.

2-Jadval. Simulyatsiya parametrlari va boshlang'ich shartlar

Parametr	Qiymati	Birlik	Izoh
α	0.2	1/oy	Konversiya tezligi
β	0.3	1/oy	Chiqish tezligi
δ	0.4	1/oy	Qiziquvchilar kamayishi
x_0	100	kishi	Boshlang'ich o'rganuvchilar
y_0	300	kishi	Boshlang'ich qiziquvchilar
T	0 – 60	oy	Simulyatsiya vaqti

Quyidagi 1-rasmda chap tarafda vaqt bo'yicha dinamika ($x(t)$ va $y(t)$), o'ng tarafda esa turli boshlang'ich shartlar uchun faza portreti ko'rsatilgan. Barcha faza yo'llari (0,0) statsionar nuqtaga yaqinlashmoqda — bu model barqarorligini vizual tasdiqlaydi.



1-rasm.



**ZAMONAVIY TA'LIM STRATEGIYALARI:
MUAMMO VA YECHIMLAR**
Xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya
2026-yil 30-aprel



Quyidagi jadvalda boshlang'ich shart ($x_0=100$, $y_0=300$) dan boshlanuvchi yechimning tanlangan vaqt nuqtalaridagi qiymatlari keltirilgan.

3-Jadval . Sonli yechim- $x(t)$ va $y(t)$ qiymatlari

Vaqt t (oy)	$x(t)$ — O'rganuvchilar	$y(t)$ — Qiziquvchilar
0	100.0	300.0
5	107.4	142.3
10	62.1	77.5
20	20.7	25.8
30	6.9	8.6
40	2.3	2.9
50	0.8	1.0
60	0.3	0.3

4-Jadval. α va δ nisbatiga ko'ra holati

Shart	Determinant	Eigenvalue'lar	Tizim xulq-atvori
$\delta > \alpha$	$\det > 0$	$\lambda_1, \lambda_2 < 0$	Barqaror tugun — o'rganuvchilar soni kamayadi
$\delta = \alpha$	$\det = 0$	$\lambda_1 = 0, \lambda_2 < 0$	Chegara holat — tizim sekin muvozanatga keladi
$\delta < \alpha$	$\det < 0$	$\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0$	Egar nuqta— barqarorossiz

Yuqorida bajarilgan matematik tahlil va sonli simulyatsiya asosida modelning to'g'ri ishlashi quyidagicha tasdiqlandi.

1) Statsionar nuqta to'g'ri aniqlandi. $\alpha y - \beta x = 0$ va $\beta x - \delta y = 0$ shartlari qo'yilgan parametrlar uchun (0,0) da bajariladi.

2) Xarakteristik tenglama yechildi. $\lambda^2 + 0.7\lambda + 0.06 = 0$ tenglamadan $\lambda_1 = -0.10$ va $\lambda_2 = -0.60$ olingan bo'lib, ikkalasi ham manfiy.



**ZAMONAVIY TA'LIM STRATEGIYALARI:
MUAMMO VA YECHIMLAR**
Xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya
2026-yil 30-aprel



3) Lyapunov barqarorlik mezonlari bajarildi. $\text{tr}(A) = -0.7 < 0$ va $\text{det}(A) = 0.06 > 0$, bu esa $(0,0)$ barqaror tugun ekanligini tasdiqlaydi.

4) Sonli simulyatsiya natijasi analitik natija bilan to'liq mos tushdi. turli boshlang'ich shartlardan boshlanuvchi barcha yechimlar statsionar nuqtaga yaqinlashdi.

5) Fizik ma'no saqlanadi. $x(t) \geq 0$ va $y(t) \geq 0$ barcha $t \geq 0$ uchun, ya'ni shaxslar soni hech qachon manfiy bo'lmaydi.

Ushbu tadqiqot differensial tenglamalar tizimi yordamida murakkab ijtimoiy jarayonlarni, xususan, til o'rganuvchilar dinamikasini modellashtirish imkoniyatlarini nazariy jihatdan ko'rib chiqdi. Olingan tahliliy natijalar shuni ko'rsatadiki, tanlangan parametrlar va chiziqli yaqinlashish sharoitida model jarayonning umumiy tendensiyalarini aks ettirishi mumkin. Lyapunovning barqarorlik mezonlari va Python muhitida o'tkazilgan sonli simulyatsiyalar ushbu modelning ko'rilayotgan chekli shartlar doirasida matematik adekvatligini ko'rsatadi. Shuni ta'kidlash joizki, taklif etilgan model real jarayonning barcha tashqi va ichki tasodifiy omillarini to'liq qamrab olmasligi mumkin, biroq u ma'lum bir barqarorlik sharoitida bozor dinamikasini taxminiy bashorat qilish va strategik qarorlar qabul qilishda qo'shimcha tahliliy vosita sifatida xizmat qilishi ehtimoli mavjud. Kelajakdagi izlanishlarda modelga chiziqli bo'lmagan o'zgaruvchilar va stokastik omillarni kiritish uning aniqlik darajasini yanada oshirishga imkon berishi kutilmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Pontryagin L.S. Oddiy differensial tenglamalar. — Toshkent: Fan, 1980.
2. Murray J.D. Mathematical Biology: I. An Introduction. 3rd ed. — New York: Springer, 2002.
3. Lotka A.J. Elements of Physical Biology. — Baltimore: Williams and Wilkins, 1925.
4. Tursunov D.A. Matematik modellashtirish asoslari. — Toshkent: TDTU, 2015.
5. Boyce W.E., DiPrima R.C. Elementary Differential Equations. 10th ed. — Hoboken: Wiley, 2012.