

PARAMETRLI KVADRAT TENGLAMA VA TENGSIZLIKLAR

Mahmudova Ozodaxon

Matematika kafedrasi katta o'qituvchisi

Ahmedova Gavharxon

Dotsent v.b

Annotatsiya: Ushbu maqolada parametrli tenglamalar va tengsizliklar, ularni yechish usullari ko'rsatib berilgan. Keltirilgan misollar asosida o'quvchilar va talabalar uchun zarur tavsiyalar berilgan.

Kalit so'zlar: parametrli tenglamalar, parametrli tengsizliklar, yechish usullari, matematik tahlil, masala yechish, o'quv jarayoni, o'quvchilar, talabalar, misollar

Annotation: In this article, parametric equations and inequalities and the methods for solving them are presented. Based on the given examples, necessary recommendations are provided for students and learners.

Keywords: parametric equations, parametric inequalities, solution methods, mathematical analysis, problem solving, educational process, pupils, students, examples

$mx^2 + px + q = 0$ ko'rinishidagi tenglamalar (bunda x - o'zgaruvchi; m, p, q lar parametrga bog'liq ifodalar va $m \neq 0$) x ga nisbatan kvadrat tenglamalar deyiladi.

Masalan, $mx^2 + 3mx - (m+2) = 0$ tenglama m parametrning ixtiyoriy qiymatlarida ma'noga ega. $m=0$ da tenglama $0 \cdot x^2 + 0 \cdot x - 2 = 0$ ko'rinishini oladi va bunda yechimga ega emas. $m \neq 0$ da bu tenglama kvadrat tenglama bo'ladi. $D \geq 0$ da tenglama ikkita yechimga ega bo'ladi. $m(13m+8) \geq 0$; $m \leq -\frac{8}{13}$ yoki $m > 0$ da tenglama ikkita ildizga ega.

$$x = \frac{1}{2m} \left[-3m \pm \sqrt{m(13m+8)} \right]$$

1-misol. Ushbu

$$\frac{x}{m(x+1)} - \frac{2}{x+2} = \frac{3-m^2}{m(x+1)(x+2)}$$

tenglamani yeching.

Yechish. $m=0$ da tenglama ma'noga ega emas. x ning qiymati $x \neq -1$ va $x \neq -2$ shartlarni qanoatlantirishi kerak. Berilgan tenglamaning har ikki qismini $m(x+1)(x+2) \neq 0$ ga ko'paytirib,

$$x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$$

tenglamani hosil qilamiz. Bundan $x_1 = m+1; x_2 = m-3$. Topilgan ildizlar orasida chet ildizlar bo'lishi mumkin. Bu ildizlardan $(x+2)(x+1)$ ifoda 0 ga aylanadigan m ning qiymatlarini ajratamiz.

$$x_1 = m+1 = -2; m = -3 \text{ bunda } x_2 = m-3 = -6.$$

$$x_1 = m+1 = -1; m = -2; \text{ bunda } x_2 = m-3 = -5.$$

$$x_2 = m-3 = -2; m = 1; \text{ bunda } x_1 = m+1 = 2.$$

$$x_2 = m-3 = -1; m = 2; \text{ bunda } x_1 = m+1 = 3.$$

Javob: $m \neq 0, m \neq -3, m \neq \pm 2, m \neq 1$ da $x_1 = m+1, x_2 = m-3$; $m = -3$ da $x = -6$; $m = -2$ da $x = -5$; $m = 1$ da $x = 2$; $m = 2$ da $x = 3$; $m = 0$ da tenglama ma'noga ega emas.

$$Ax^2 + Bx + C > 0, Ax^2 + Bx + C < 0, Ax^2 + Bx + C \geq 0, Ax^2 + Bx + C \leq 0, \text{ bunda } A \neq 0$$

tengsizliklar x ga nisbatan kvadrat tengsizliklar deyiladi. Bunda A, B, C lar haqiqiy sonlar yoki parametrga bog'liq funksiyalar. Bunday tengsizliklarni yechishda kvadrat uchhad ildizlari xossalariidan foydalanamiz.

2-misol. Ushbu

$$x^2 + 2x + a > 0$$

tengsizlikni yeching.

Yechish. $D = 4 - 4a = 4(1-a)$. $a = 1$ da $D = 0$ bo'lib, tengsizlik $(x+1)^2 > 0$ ko'rinishda bo'ladi. Bu tengsizlik $x = -1$ dan boshqa x ning ixtiyoriy haqiqiy qiymatida o'rinli. $D < 0$, ya'ni $a > 1$ da tengsizlik x ning ixtiyoriy haqiqiy qiymatida o'rinli. $D > 0$, ya'ni $1-a > 0$ yoki $a < 1$ da

$$x^2 + 2x + a = 0; x_1 = -1 - \sqrt{1-a}, x_2 = -1 + \sqrt{1-a}.$$

$$\text{Bunda } x \in (-\infty; -1 - \sqrt{1-a}) \cup (-1 + \sqrt{1-a}; \infty).$$

Javob: $a < 1$ da $x \in (-\infty; -1 - \sqrt{1-a}) \cup (-1 + \sqrt{1-a}; \infty)$; $a = 1$ da $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; \infty)$; $a > 1$ da $x \in R$.

3-misol. Ushbu

$$mx^2 - 2(m-1)x + m + 2 < 0$$

tengsizlikni yeching.

Yechish. $m = 0$ da $2x + 2 < 0; x < -1$.

$$f(x) = mx^2 - 2(m-1)x + m + 2, m \neq 0$$

belgilash kiritamiz. $f(x)$ ning diskriminanti $D = 4(m-1)^2 - 4m(m+2) = 4(1-4m)$.

$D < 0$ da $m > \frac{1}{4}$ bo'lib, x ning ixtiyoriy haqiqiy qiymatida $f(x) > 0$. Demak, $m > \frac{1}{4}$

da

$f(x) < 0$ tengsizlik yechimga ega emas. $D=0$ da $m = \frac{1}{4}$ bo'lib, $f(x) = \left(\frac{x}{2} + \frac{3}{2}\right)^2$ bo'ladi.

Demak, x ning ixtiyoriy haqiqiy qiymatida $f(x) \geq 0$. $m = \frac{1}{4}$ da ham $f(x) < 0$ tengsizlik yechimga ega emas. $D > 0$ da $m < \frac{1}{4}$ ($m \neq 0$). $f(x) = 0$ dan

$$x_1 = \frac{1}{m}(m-1-\sqrt{1-4m}), x_2 = \frac{1}{m}(m-1+\sqrt{1-4m}).$$

Bunda ikkita hol bo'lishi mumkin.

1) $m < 0$. $f(x) < 0$ tengsizlikni yechamiz.

$$-\sqrt{1-4m} < \sqrt{1-4m}; m-1-\sqrt{1-4m} < m-1+\sqrt{1-4m}.$$

$m < 0$ bo'lganligi uchun

$$\frac{1}{m}(m-1-\sqrt{1-4m}) > \frac{1}{m}(m-1+\sqrt{1-4m}).$$

Shuning uchun tengsizlikning yechimi

$$x \in \left(-\infty; \frac{1}{m}(m-1+\sqrt{1-4m})\right) \cup \left(\frac{1}{m}(m-1-\sqrt{1-4m}); \infty\right).$$

2) $0 < m < \frac{1}{4}$. Bunda $\frac{1}{m}(m-1-\sqrt{1-4m}) < \frac{1}{m}(m-1+\sqrt{1-4m})$. Shuning uchun tengsizlikning yechimi $x \in \left(\frac{1}{m}(m-1-\sqrt{1-4m}); \frac{1}{m}(m-1+\sqrt{1-4m})\right)$ bo'ladi.

Javob: $m=0$ da $(-\infty; \infty)$; $m < 0$ da $\left(-\infty; \frac{1}{m}(m-1+\sqrt{1-4m})\right) \cup \left(\frac{1}{m}(m-1-\sqrt{1-4m}); \infty\right)$; $0 < m < \frac{1}{4}$ da $\left(\frac{1}{m}(m-1-\sqrt{1-4m}); \frac{1}{m}(m-1+\sqrt{1-4m})\right)$; $m \geq \frac{1}{4}$ da yechimi yo'q.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Севрюков, П. Ф. "Готовимся к экзаменам по математике" Материалы для подготовки к выпускным экзаменам. Ставрополь, Сервис-школа, 2003.

2. О.А. Иванов. "Практикум по элементарной математике" Алгебро-аналитические методы. МЦНМО 2001.

3. В.Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович "Практикум математике" Алгебра. Тригонометрия. Учебное Пособие. Москва «Абф- 1995»

4. М. К. Потапов С. Н. Олехник, В. Нестеренко. "Готовимся по математике" Учебное пособие для поступающих в вузы и старшеклассников. Москва, 1997.