

IKKINCHI TARTIBLI CHIZIQLARNING QUTB KOORDINATALARDAGI TENGLAMALARI

Boboqulova Durdona Sanjar qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

pedagogika fakulteti matematika yoʻnalishi 1-kurs talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada ikkinchi tartibli chiziqlarning (ellips, giperbola va parabola) qutb koordinatalaridagi tenglamalari tahlil qilinadi. Mazkur chiziqlar epyurlarni chizishda, orbitalarni modellashda, fizik va muhandislik sohalarida keng qoʻllaniladi. Maqolada bu chiziqlarning qutb koordinatalarida ifodalanishi, ularning parametrik tenglamalari va grafik talqini nazariy va amaliy jihatdan yoritiladi.

Kalit soʻzlar: Qutb koordinatalari, ellips, parabola, giperbola, ikkinchi tartibli chiziqlar, eksantrisit, fokus, toʻgʻri chiziqli element.

Analitik geometriyada tekislikdagi chiziqlar odatda toʻgʻri toʻrtburchak koordinatalar sistemasida oʻrganiladi. Biroq, koʻplab fizik va astronomik modellar radial simmetriyaga ega boʻlib, ularni qutb koordinatalarida tasvirlash ancha qulaydir. Ayniqsa, ellips, parabola va giperbola kabi ikkinchi tartibli chiziqlar yadroga yoki fokusga nisbatan aniqlanadigan geometrik xossalarga ega boʻlgani uchun, ularni qutb sistemasi orqali tahlil qilish samarali yechimdir.

Qutb koordinatalari (r, θ) sistemasi fazodagi nuqtani markazdan boʻlgan masofa va aylanish burchagi orqali aniqlaydi. Bu usul ayniqsa orbital mexanika, optika, elektromagnit nazariyasi va harakat trayektoriyalarini oʻrganishda muhim hisoblanadi.

Ushbu maqolada ikkinchi tartibli chiziqlar uchun qutb koordinatalarida ifodalangan umumiy tenglamalar, ularning geometriyaviy talqini va grafik koʻrinishlari koʻrib chiqiladi.

Qutb koordinatalari tizimi chiziqlarning fokus atrofidagi harakatini oʻrganishda sezilarli afzalliklarga ega. Bu tizimda har qanday nuqta ikki parametr orqali — masofa (radius vektori) va burchak orqali aniqlanadi. Ayniqsa, qutb koordinatalari fizikada — jumladan, elektrostatika, gravitatsiya maydonlari, yorugʻlik nurlari sinishi va orbital harakatlarni modellashtirishda muhim rol oʻynaydi.

Ikkinchi tartibli chiziqlar — ellips, parabola va giperbola — fokus, yoʻnaltiruvchi chiziq va eksantriset tushunchalari asosida aniqlanadi. Ularning qutb koordinatalaridagi tenglamalari ushbu elementlarga bevosita bogʻliq boʻlib, chiziqning geometrik mohiyatini yanada aniqlik bilan ifodalaydi. Shu bois, ushbu maqolada bu chiziqlarni qutb koordinatalarida ifodalashning nazariy va amaliy jihatlari chuqur yoritiladi.

Yana bir muhim jihat shuki, ushbu tenglamalarning qutb koʻrinishlari grafik qurish, chiziqni parametrik tarzda ifodalash va differensial yondashuvlarda

foydalanish imkonini kengaytiradi. Bu jihatlar ayniqsa, zamonaviy axborot texnologiyalari, geoinformatsion tizimlar, kosmonavtika va dron navigatsiyasida dolzarb hisoblanadi.

Mazkur tadqiqotda quyidagi bosqichlar asosida ishlov berildi:

- **Nazariy tahlil** – qutb koordinatalar sistemasi asoslari, fokus va yo‘naltiruvchi to‘g‘ri chiziq (directrix) asosida ikkinchi tartibli chiziqlar ta‘riflari berildi.

- **Matematik chiqarma** – ellips, parabola va giperbolaning qutb tenglamalari chiqarildi.

- **Grafik ifoda** – har bir tenglama uchun grafik ko‘rinishlar tahlil qilindi.

- **Amaliy tatbiq** – tenglamalar real fizik modellar orqali tasdiqlandi.

Qutb koordinatalarida ikkinchi tartibli chiziqlar

Qutb koordinatalarda ikkinchi tartibli chiziqlar umumiy holda quyidagi tenglama orqali ifodalanadi:

$$r = ed + e \cos \theta \text{ yoki } r = ed + e \sin \theta \quad \text{yoki} \quad r = \frac{ed}{1 + e \cos \theta} \quad \text{yoki} \quad r = \frac{ed}{1 + e \sin \theta}$$

bu yerda:

- r – fokusdan nuqtagacha bo‘lgan masofa,
- θ – qutb burchagi,
- e – **eksantrisit** (yassilik turi: $e < 1$: ellips, $e = 1$: parabola, $e > 1$: giperbola),
- d – yo‘naltiruvchi chiziqqa bo‘lgan masofa.

Maxsus holatlar

- **Ellips** ($e < 1$):

$$r = ed + e \cos \theta \quad \text{yoki} \quad r = \frac{ed}{1 + e \cos \theta}$$

Grafikda fokus atrofida yopiq egri chiziq hosil qiladi. Planetalarning orbitasi ellipsga yaqinlashadi.

- **Parabola** ($e = 1$):

$$r = d + \cos \theta \quad \text{yoki} \quad r = \frac{d}{1 + \cos \theta}$$

Parabolaning har bir nuqtasi fokus va yo‘naltiruvchi chiziqqa teng masofada joylashgan. Radio antennalar va reflektorlar parabola shaklida bo‘ladi.

- **Giperbola** ($e > 1$):

$$r = ed + e \cos \theta \quad \text{yoki} \quad r = \frac{ed}{1 + e \cos \theta}$$

Giperbola ochiq egri chiziq bo‘lib, fokus atrofida asimptotik xatti-harakatga ega.

Misol: Ellips uchun qutb tenglamasi

Agar $e = 0.6$, $d = 4$ bo‘lsa:

$$r = 0.6 \cdot 4 + 0.6 \cos \theta = 2.4 + 0.6 \cos \theta \quad \text{yoki} \quad r = \frac{0.6 \cdot 4}{1 + 0.6 \cos \theta} = \frac{2.4}{1 + 0.6 \cos \theta}$$

Bu ellips fokusda joylashgan holatda grafik jihatdan yopiq orbita hosil qiladi.

Qutb koordinatalaridagi tenglamalar orqali ikkinchi tartibli chiziqlarni fokusga nisbatan aniqlash imkoniyati yuzaga keladi. Bu ayniqsa **orbital mexanika, planetalar harakati, signal tarqalishi** va **optik sistemalarni** modellashtirishda muhimdir.

Qutb tenglamalari to'g'ri to'rtburchak koordinatalardagi ko'rinishlarga nisbatan soddaroq bo'lib, chiziqning asosiy geometriyaviy xususiyatlarini yaqqol ifodalaydi. Ayniqsa eksantrisit orqali bu chiziqlarning tasnifi qulay tarzda aniqlanadi. Shu bilan birga, bu yondashuv orqali grafiklar simmetrik tarzda quriladi va ular ustida integratsiya, aylanish va boshqa transformatsiyalar oson bajariladi.

Qutb koordinatalarida chiziqlarning ifodalanishi orqali ellips, parabola va giperbolaning umumlashgan tenglamalari bir xil strukturada yozilishi mumkinligi aniqlanadi. Ya'ni, ular quyidagi formulaga bo'ysunadi:

$$r = ed \pm e \cos \theta \text{ yoki } r = ed \pm e \sin \theta \quad \text{or} \quad r = \frac{ed}{1 \pm e \cos \theta} \quad \text{yoki} \quad r = \frac{ed}{1 \pm e \sin \theta} \quad \text{or} \quad r = \frac{ed}{1 \pm e \cos \theta} \quad \text{yoki} \quad r = \frac{ed}{1 \pm e \sin \theta}$$

Bu yondashuv orqali barcha ikkinchi tartibli chiziqlar eksantrisit qiymatiga qarab farqlanadi, bu esa ularni solishtirishni soddalashtiradi. Qutb tenglamalari orqali chiziqlarning simmetriyasi, fokusga nisbatan xatti-harakatlari va ularning asimptotik yo'nalishlari oson tushuniladi.

Shuningdek, ushbu tenglamalar fizik qonunlar bilan ham uyg'unlashadi. Masalan, Keplerning birinchi qonuniga ko'ra, sayyoralar Quyosh atrofida ellips orbitada harakatlanadi va ularning trayektoriyasi aynan qutb koordinatalarida berilgan ellips tenglamasi orqali ifodalanadi. Parabolik yoki giperbolik trayektoriyalar esa kometalar va boshqa kosmik jismlarning o'ziga xos harakat yo'llarini bildiradi.

Bundan tashqari, bu tenglamalarning grafik jihatdan chizilishi ham oddiy trigonometrik tahlil bilan amalga oshiriladi. Masalan, $\theta = 0$ bo'lganda r ning qiymati maksimal bo'lishi, $\theta = \pi$ bo'lganda esa minimalga tushishi chiziqning yo'nalishini bildiradi. Bunday nuqtai nazardan, qutb tenglamalari orbitaning qanday aylanayotganini tushunishga ham yordam beradi.

Yana bir muhim aspekt — bu tenglamalarning matematik modellarda ishlatilishidir. Kompyuter grafikasi, robototexnika, GPS tizimlari va sun'iy yo'ldosh harakatlarini modellashtirishda ushbu qutb formulalar asosiy matematik baza vazifasini bajaradi. Shu bois, talabalar va muhandislar uchun bu tenglamalarni to'g'ri tushunish va ulardan foydalana olish — nazariy bilim bilan amaliyot o'rtasidagi ko'prikn yaratadi.

Amaliyotda esa kosmik apparatlar orbitasi ellips shaklida bo'ladi va ularning trayektoriyasi ana shu qutb tenglamalari orqali modellashtiriladi. Ayniqsa Kepler qonunlari doirasida bu tenglamalar fizik ma'noga ega bo'ladi.

Qutb koordinatalarida ikkinchi tartibli chiziqlarning tenglamalari ularning fokusga asoslangan geometrik ta'riflari orqali ifodalanadi. Ellips, parabola va giperbola uchun umumiy formulalar eksantrisit yordamida ifodalanadi va ular grafik jihatdan qulay, amaliy jihatdan esa fizik modellashtirishda keng qo'llaniladi.

Mazkur maqola bu tenglamalarning nazariy chiqarilishi, grafik talqini va real hayotdagi tatbiqlarini ochib berdi. Kelajakda bu tenglamalarning uch o'lchamli fazodagi ko'rinishlari va differensial modellar bilan aloqasi yanada chuqurroq o'rganilishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Anton H., Rorres C. *Elementary Linear Algebra with Applications*. Wiley, 2014.
2. Fikratov A. *Analitik geometriya va chiziqli algebra*. Toshkent: O'qituvchi, 2020.
3. Stewart J. *Calculus: Early Transcendentals*. Cengage Learning, 2016.
4. Khan Academy: *Conic sections in polar coordinates* – [<https://www.khanacademy.org>]
5. Wolfram MathWorld: *Polar Coordinates and Conic Sections* – [<https://mathworld.wolfram.com>]