

## TENGSIKLIK TUSHUNCHASI VA UNING MATEMATIKADAGI O'RNI

**Dilnoza Parmanova Uralovna**

*Osiyo Xalqaro Universiteti magistranti*

### ANNOTATSIYA

*Mazkur tadqiqot ishida Mazkur 1.1-paragrafda tengsizlik tushunchasi va uning matematikadagi o'rni ilmiy-uslubiy jihatdan yoritilgan. Unda tengsizlikning matematik mazmuni, sonlar va algebraik ifodalar orasidagi tartib munosabatlarini ifodalashdagi ahamiyati, tenglama va tengsizlik o'rtasidagi farqli jihatlar tahlil qilingan. Tengsizliklar faqat hisoblash yoki solishtirish vositasi emas, balki matematik obyektlar orasidagi munosabatlarni baholash, chegaralash, taqqoslash va umumlashtirishga xizmat qiluvchi muhim nazariy tushuncha sifatida asoslangan. Tengsizliklarning algebra, geometriya, matematik analiz, sonlar nazariyasi va kombinatorika kabi matematikaning turli bo'limlari bilan uzviy bog'liqligi ochib berilgan. Xususan, algebraik ifodalarni baholash, geometrik kattaliklar orasidagi munosabatlarni aniqlash, funksiyalar xossalari tahlil qilish, sonli qonuniyatlarni tekshirish va kombinatorik obyektlarni chegaralash jarayonida tengsizliklarning muhim o'rin tutishi ko'rsatib berilgan. Shuningdek, tengsizliklarni o'rganishning ta'limiy va metodik ahamiyati ham asoslangan. Tengsizliklarni isbotlash o'quvchilarda mantiqiy fikrlash, tahlil qilish, taqqoslash, umumlashtirish, mustaqil xulosa chiqarish va isbotlash madaniyatini shakllantirishga xizmat qilishi ta'kidlangan. Ayniqsa, olimpiada masalalarida tengsizliklar o'quvchidan tayyor formulani qo'llash bilangina cheklanmasdan, masala shartini chuqur tahlil qilish, mos metodni tanlash, tenglik holatini aniqlash va yechimni mantiqiy asoslashni talab qilishi bilan ajralib turadi.*

**Kalit so'zlar:** *Tengsizlik, tengsizlik tushunchasi, matematik munosabat, tartib munosabati, tenglama va tengsizlik, algebraik tengsizlik, geometrik tengsizlik, matematik analiz, sonlar nazariyasi, kombinatorika, baholash, chegaralash, taqqoslash, isbotlash madaniyati, matematik tafakkur, olimpiada masalalari, metod tanlash, tenglik holati, mantiqiy fikrlash, umumlashtirish.*

### АННОТАЦИЯ

*В данной исследовательской работе, научно-методически раскрыты понятие неравенства и его место в математике. В работе проанализированы математическое содержание неравенства, его значение в выражении отношений порядка между числами и алгебраическими выражениями, а также отличительные особенности уравнений и неравенств. Обосновано, что неравенства являются не только средством вычисления или сравнения, но и важным теоретическим понятием, служащим для оценки, ограничения, сопоставления и обобщения отношений между математическими объектами.*

*Раскрыта взаимосвязь неравенств с различными разделами математики, такими как алгебра, геометрия, математический анализ, теория чисел и комбинаторика. В частности, показана важная роль неравенств в оценке алгебраических выражений, определении отношений между геометрическими величинами, анализе свойств функций, исследовании числовых закономерностей и ограничении комбинаторных объектов. Также обосновано образовательное и методическое значение изучения неравенств. Подчёркивается, что доказательство неравенств способствует формированию у учащихся логического мышления, навыков анализа, сравнения, обобщения, самостоятельного вывода и культуры доказательства. Особенно в олимпиадных задачах неравенства отличаются тем, что требуют от учащегося не только применения готовой формулы, но и глубокого анализа условия задачи, выбора соответствующего метода, определения случая равенства и логического обоснования решения.*

**Ключевые слова:** *неравенство, понятие неравенства, математическое отношение, отношение порядка, уравнение и неравенство, алгебраическое неравенство, геометрическое неравенство, математический анализ, теория чисел, комбинаторика, оценивание, ограничение, сравнение, культура доказательства, математическое мышление, олимпиадные задачи, выбор метода, случай равенства, логическое мышление, обобщение.*

#### **ABSTRACT**

*In this research work, paragraph methodological discussion of the concept of inequality and its role in mathematics. The study analyzes the mathematical meaning of inequality, its importance in expressing order relations between numbers and algebraic expressions, as well as the distinctive features of equations and inequalities. It is substantiated that inequalities are not merely tools for calculation or comparison, but also an important theoretical concept used to evaluate, bound, compare, and generalize relationships between mathematical objects.*

*The paragraph reveals the close connection of inequalities with various branches of mathematics, including algebra, geometry, mathematical analysis, number theory, and combinatorics. In particular, it demonstrates the significant role of inequalities in evaluating algebraic expressions, determining relationships between geometric quantities, analyzing properties of functions, investigating numerical patterns, and bounding combinatorial objects.*

*The educational and methodological significance of studying inequalities is also substantiated. It is emphasized that proving inequalities helps students develop logical thinking, analytical skills, comparison, generalization, independent reasoning, and a culture of mathematical proof. In particular, in olympiad problems, inequalities are distinguished by the fact that they require students not only to apply ready-made*

*formulas, but also to analyze the problem conditions deeply, choose an appropriate method, determine the equality case, and logically justify the solution.*

**Keywords:** *inequality, concept of inequality, mathematical relation, order relation, equation and inequality, algebraic inequality, geometric inequality, mathematical analysis, number theory, combinatorics, estimation, bounding, comparison, proof culture, mathematical thinking, olympiad problems, method selection, equality case, logical thinking, generalization.*

Matematika inson tafakkurining eng muhim mahsullaridan biri bo'lib, u borliqdagi miqdoriy munosabatlar, shakllar, tuzilmalar va ularning o'zaro bog'liqligini o'rganadi. Matematik bilimlar tizimida tenglik va tengsizlik tushunchalari alohida o'rin egallaydi. Tenglik ikki ifodaning aynan bir xil qiymatga ega ekanligini bildirsa, tengsizlik ikki miqdor, ifoda yoki obyekt o'rtasidagi katta-kichiklik, ustunlik, chegaralanganlik yoki tartib munosabatini ifodalaydi. Shu jihatdan tengsizliklar matematikaning nafaqat hisoblashga oid, balki taqqoslash, baholash, chegaralash, optimallashtirish va isbotlashga oid muhim vositalaridan biri hisoblanadi. Tengsizlik tushunchasi matematikada sonlar, algebraik ifodalar, funksiyalar, geometrik kattaliklar, ketma-ketliklar, ehtimolliklar va boshqa ko'plab obyektlar orasidagi munosabatlarni ifodalashda qo'llaniladi. Masalan, ikki haqiqiy son  $a$  va  $b$  uchun  $a > b$ ,  $a < b$ ,  $a \geq b$ ,  $a \leq b$  kabi yozuvlar ularning tartib munosabatini bildiradi. Bunda  $a > b$  yozuvi  $a$  soni  $b$  sonidan katta ekanini,  $a < b$  yozuvi esa  $a$  soni  $b$  sonidan kichik ekanini anglatadi.  $a \geq b$  va  $a \leq b$  ko'rinishidagi tengsizliklar esa mos ravishda "katta yoki teng" hamda "kichik yoki teng" munosabatlarni ifodalaydi.

Tengsizlikning matematik mazmuni faqat sonlarni taqqoslash bilan cheklanmaydi. U matematik obyektlar o'rtasidagi umumiy munosabatlarni aniqlashga xizmat qiladi. Masalan, algebraik ifodalar orasidagi tengsizliklar ma'lum shartlar ostida bir ifodaning boshqasidan katta yoki kichik bo'lishini ko'rsatadi. Funksiyalar orasidagi tengsizliklar esa ularning aniqlanish sohasidagi qiymatlarini solishtirish imkonini beradi. Geometriyada tengsizliklar kesmalar uzunligi, burchaklar kattaligi, yuzalar, hajmlar va boshqa geometrik kattaliklar orasidagi munosabatlarni aniqlashda muhim ahamiyatga ega.

Matematika fanida tengsizliklar ko'pincha "baholash" tushunchasi bilan uzviy bog'liqdir. Chunki har qanday tengsizlik biror kattalikning yuqori yoki quyi chegarasini aniqlashga yordam beradi. Masalan, biror ifodaning eng kichik yoki eng katta qiymatini topish, geometrik shaklning maksimal yuzasini aniqlash, funksiyaning chegaralanganligini isbotlash yoki ketma-ketlikning yaqinlashuvini ko'rsatishda tengsizliklardan keng foydalaniladi. Demak, tengsizlik matematik obyektlarning faqat mavjud qiymatini emas, balki ularning mumkin bo'lgan qiymatlar doirasini ham tavsiflaydi.

Tengsizlik tushunchasining mazmunini chuqurroq anglash uchun uni tenglama tushunchasi bilan taqqoslash maqsadga muvofiqdir. Tenglama ikki ifoda orasidagi tenglikni ifodalaydi va odatda noma'lumning aniq qiymatini topishga qaratiladi. Masalan,  $x+3=7$  tenglamasini yechishda  $x$  ning yagona qiymati, ya'ni  $x=4$  topiladi. Tengsizlik esa noma'lumning bitta aniq qiymatini emas, balki qiymatlar to'plamini aniqlaydi. Masalan,  $x+3>7$  tengsizligining yechimi  $x>4$  bo'lib, bu yerda  $x$  ning cheksiz ko'p qiymatlari tengsizlikni qanoatlantiradi.

Shu nuqtai nazardan, tenglama va tengsizlik o'rtasidagi asosiy farq shundaki, tenglama aniqlikni, tengsizlik esa chegaralanganlik va tartib munosabatini ifodalaydi. Tenglama yechimida "qaysi qiymatda tenglik bajariladi?" degan savol asosiy bo'lsa, tengsizlikda "qaysi shartlarda bir ifoda ikkinchisidan katta yoki kichik bo'ladi?" degan savol muhim hisoblanadi. Tengsizliklarni o'rganish jarayonida o'quvchi faqat hisoblash bilan cheklanib qolmay, balki ifodalar orasidagi munosabatni tahlil qiladi, ularning o'zgarish xususiyatlarini kuzatadi va umumiy xulosalar chiqaradi.

Tengsizliklar matematik tafakkurning rivojlanishida ham alohida ahamiyatga ega. Chunki tengsizliklarni isbotlash jarayonida o'quvchi berilgan ifodani turli shakllarga keltiradi, ma'lum tengsizliklar bilan taqqoslaydi, shartlarni tahlil qiladi, mantiqiy xulosalar chiqaradi va isbotning izchil ketma-ketligini quradi. Bu esa matematik fikrlashning eng muhim tarkibiy qismlari bo'lgan tahlil, sintez, taqqoslash, umumlashtirish va abstraksiyalash ko'nikmalarini shakllantiradi.

Tengsizliklarning matematika fanidagi o'rni juda kengdir. Algebra fanida tengsizliklar algebraik ifodalar, ko'phadlar, kasr-ratsional ifodalar, ildizli ifodalar va parametrli masalalarni o'rganishda qo'llaniladi. Masalan, kvadrat uchhadning musbat yoki manfiy bo'lish shartlarini aniqlash, ifodaning eng kichik qiymatini topish, ildiz ostidagi ifodaning musbatligini tekshirish kabi masalalarda tengsizliklardan foydalaniladi. Algebraik tengsizliklarni yechish va isbotlash o'quvchidan ifodalar ustida ayniy almashtirishlar bajarishni, ko'paytuvchilarga ajratishni, kvadratga keltirishni va belgilar jadvalidan foydalanishni talab qiladi.

Geometriyada tengsizliklar geometrik obyektlar orasidagi munosabatlarni aniqlashda asosiy vositalardan biridir. Masalan, uchburchak tengsizligi geometriyaning eng muhim fundamental natijalaridan hisoblanadi. Unga ko'ra, har qanday uchburchakda ikki tomon uzunliklari yig'indisi uchinchi tomon uzunligidan katta bo'ladi. Bu oddiy ko'rinishdagi tengsizlik geometrik shakllarning mavjudlik shartlarini aniqlashda muhim ahamiyatga ega. Shuningdek, uchburchakda tomonlar va burchaklar orasidagi munosabatlar, aylana, ko'pburchak, yuzalar va hajmlar bilan bog'liq ko'plab masalalarda tengsizliklar qo'llaniladi.

Matematik analizda tengsizliklar funksiyalarni o'rganishda, limit, hosila, integral, qatorlar va yaqinlashuv masalalarida muhim o'rin tutadi. Funksiyaning o'suvchi yoki kamayuvchi ekanini aniqlash, uning ekstremum qiymatlarini topish, funksiya grafigining joylashuvini tahlil qilish kabi masalalarda tengsizliklardan foydalaniladi.

Masalan, hosila yordamida funksiya qiymatlari orasidagi munosabatlar aniqlanadi, integral tengsizliklar yordamida esa egri chiziqli sohalarining yuzalari baholanadi. Shu bois tengsizliklar matematik analizning nazariy va amaliy masalalarida kuchli vosita sifatida namoyon bo'ladi.

Sonlar nazariyasida ham tengsizliklar muhim ahamiyat kasb etadi. Natural sonlar, tub sonlar, bo'linish munosabatlari, sonli ketma-ketliklar va arifmetik funksiyalarni o'rganishda tengsizliklar keng qo'llaniladi. Sonlar nazariyasiga oid ko'plab olimpiada masalalarida ma'lum sonli ifodaning chegaralarini topish, bo'linuvchanlik shartlari bilan bog'liq baholashlar qilish yoki butun sonli yechimlarning mavjudligini aniqlash uchun tengsizliklardan foydalaniladi. Bunday masalalarda tengsizliklar ko'pincha mantiqiy xulosa chiqarish va qarama-qarshilikka olib kelish usuli bilan birgalikda ishlatiladi.

Kombinatorikada tengsizliklar obyektlar sonini baholash, tanlashlar, joylashtirishlar, graf elementlari, ehtimollik va ekstremal masalalarni o'rganishda qo'llaniladi. Masalan, biror to'plamdagi elementlar sonining quyi yoki yuqori chegarasini aniqlash, grafdagi qirralar sonini baholash yoki kombinatorik konfiguratsiyalarning mavjudligini isbotlashda tengsizliklar muhim rol o'ynaydi. Kombinatorik tengsizliklar ko'pincha bevosita hisoblashdan ko'ra, mantiqiy baholash va chegaralashga asoslanadi.



Tengsizliklarni o'rganishning ta'limiy ahamiyati juda katta. Chunki bu mavzu o'quvchilarni tayyor formulalarni qo'llashdan ko'ra, mustaqil fikrlashga yo'naltiradi. Tengsizlikni isbotlash jarayonida o'quvchi masalaning shartini chuqur tahlil qiladi, berilgan ifodaning tuzilishini o'rganadi, qaysi metoddan foydalanish maqsadga muvofiqligini aniqlaydi va o'z fikrini matematik asosda bayon qiladi. Bu jarayon o'quvchilarda isbotlash madaniyatini shakllantiradi.

Isbotlash madaniyati matematika ta'limining eng muhim tarkibiy qismlaridan biridir. Isbotlash orqali o'quvchi matematik mulohazalarning asoslanganligini tushunadi,

tasodifiy natija bilan umumiy qonuniyatni farqlashni o'rganadi. Tengsizliklarni isbotlash esa bu borada ayniqsa muhimdir, chunki ko'pincha tengsizlikni isbotlashda bir nechta yo'l mavjud bo'ladi. O'quvchi bu yo'llarni solishtirish orqali eng qulay, ixcham va mantiqiy jihatdan asosli yechimni tanlashga o'rganadi.

Tengsizliklar o'quvchilarda mantiqiy fikrlashni rivojlantiruvchi samarali vosita hisoblanadi. Masalan,  $a^2 + b^2 \geq 2ab$  tengsizligini isbotlash uchun  $(a - b)^2 \geq 0$  tengsizligidan foydalaniladi. Bu

oddiy misol orqali o'quvchi kvadrat ifoda har doim manfiy bo'lmasligini, undan boshqa tengsizliklarni keltirib chiqarish mumkinligini tushunadi. Natijada o'quvchida bir matematik faktni boshqa faktga bog'lash, sabab-oqibat munosabatini ko'rish va umumiy xulosa chiqarish qobiliyati shakllanadi.

Tengsizliklar faqat hisoblash vositasi emas, balki matematik tafakkurni rivojlantiruvchi muhim ilmiy-metodik vositadir. Chunki tengsizliklar orqali o'quvchi ifodalar orasidagi chuqur munosabatlarni ko'radi, muammoni turli nuqtai nazardan tahlil qiladi va isbotlashning mantiqiy yo'lini izlaydi. Ayniqsa, olimpiada masalalarida tengsizliklar o'quvchidan faqat ma'lum formulani bilishni emas, balki uni kerakli joyda qo'llay olishni, shartlarni tahlil qilishni va yechimni asoslashni talab qiladi.

Matematik olimpiadalarda tengsizliklar alohida mavzu sifatida muhim o'rin egallaydi. Olimpiada masalalarida tengsizliklar ko'pincha algebra, geometriya, sonlar nazariyasi va kombinatorika bilan bog'langan holda uchraydi. Bunday masalalar o'quvchidan nostandart fikrlash, metod tanlash, ifodani qulay shaklga keltirish va tenglik holatini aniqlashni talab qiladi. Shu sababli tengsizliklarni isbotlashni o'rgatish olimpiada tayyorgarligining zaruriy qismi hisoblanadi.

Olimpiada masalalarida tengsizliklarni isbotlashning murakkabligi shundaki, berilgan masalaga darhol tayyor formula mos kelmasligi mumkin. O'quvchi avvalo masalaning tuzilishini anglab olishi, undagi asosiy ifodalarni ajratishi, qaysi klassik tengsizlikdan foydalanish mumkinligini aniqlashi zarur. Ba'zan esa bir nechta metodlarni uyg'unlashtirish talab etiladi. Masalan, algebraik almashtirishlar Koshi–Bunyakovskiy tengsizligi bilan, geometrik talqin esa o'rta arifmetik va o'rta geometrik tengsizlik bilan birgalikda qo'llanishi mumkin. Tengsizliklarni isbotlashda eng ko'p qo'llaniladigan yondashuvlardan biri algebraik almashtirishlar metodidir. Bu metodda tengsizlikning chap va o'ng tomonlari orasidagi farq qaraladi va u manfiy emasligi isbotlanadi. Masalan,  $A \geq B$  tengsizligini isbotlash uchun  $A - B \geq 0$  ekanini ko'rsatish yetarli bo'ladi. Bunday yondashuv o'quvchidan ifodalarni soddalashtirish, ko'paytuvchilarga ajratish va kvadratlar yig'indisiga keltirish ko'nikmalarini talab qiladi. Yana bir muhim yondashuv — klassik tengsizliklardan foydalanishdir. Bunga o'rta arifmetik va o'rta geometrik tengsizlik, Koshi–Bunyakovskiy tengsizligi, Yensen tengsizligi, Chebishev tengsizligi, Bernulli tengsizligi kabi natijalar kiradi. Bu tengsizliklar olimpiada masalalarida juda ko'p uchraydi. Ularni to'g'ri qo'llash uchun o'quvchi nafaqat formulani bilishi, balki uning qo'llanish shartlarini ham chuqur

tushunishi kerak. Masalan, o'rta arifmetik va o'rta geometrik tengsizlik musbat sonlar uchun qo'llaniladi va ko'pincha ifodaning eng kichik qiymatini topishda ishlatiladi. Koshi–Bunyakovskiy tengsizligi esa yig'indilar, kvadratlar va ko'paytmalar orasidagi munosabatlarni baholashda qulaydir. Yensen tengsizligi qavariq va botiq funksiyalar bilan bog'liq masalalarda samarali qo'llaniladi. Demak, har bir klassik tengsizlikning o'z qo'llanish sohasi va metodik ahamiyati mavjud.

|  Mezon                                                                             |  Tenglama |  Tengsizlik |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  <b>Mazmuni</b>                                                                  | ikki ifodaning tengligi                                                                    | ikki ifodaning katta-kichikligi                                                               |
| 2  <b>Natijasi</b>                                                                 | aniq qiymat yoki yechimlar                                                                 | qiymatlar to'plami yoki oraliq                                                                |
| 3  <b>Belgilar</b>                                                                 | =                                                                                          | >, <, ≥, ≤                                                                                    |
| 4  <b>Yechish maqsadi</b>                                                          | noma'lumni topish                                                                          | mos qiymatlar to'plamini aniqlash                                                             |
| 5  <b>Misol</b>                                                                    | $x + 3 = 7 \rightarrow x = 4$                                                              | $x + 3 > 7 \rightarrow x > 4$                                                                 |
| 6  <b>Ta'limiy ahamiyati</b>                                                       | aniqlik va hisoblash                                                                       | baholash, taqqoslash, tahlil                                                                  |
|  Tenglama aniqlikni, tengsizlik esa tartib, chegaralash va baholashni ifodalaydi. |                                                                                            |                                                                                               |

Funksional yondashuv ham tengsizliklarni isbotlashda muhim ahamiyatga ega. Bu yondashuvda berilgan ifoda funksiya sifatida qaraladi va uning o'sish-kamayish xossalari, ekstremum qiymatlari yoki qavariqligi tahlil qilinadi. Ayniqsa, yuqori sinf o'quvchilari va akademik litsey o'quvchilari uchun bu metod tengsizliklarni chuqurroq tushunishga yordam beradi. Funksional yondashuv o'quvchining algebraik bilimlarini matematik analiz elementlari bilan bog'laydi.

Geometrik yondashuvda esa tengsizliklar geometrik shakllar, masofalar, yuzalar yoki vektorlar orqali izohlanadi. Masalan, uchburchak tengsizligi, vektorlar uzunligi, skalyar ko'paytma yoki koordinatalar yordamida ko'plab algebraik tengsizliklarni isbotlash mumkin. Geometrik talqin o'quvchiga tengsizlikni faqat belgilar orqali emas, balki ko'rgazmali tasavvur orqali ham tushunish imkonini beradi. Bu esa abstrakt matematik tushunchalarni chuqurroq anglashga yordam beradi.

Matematik induksiya metodi ham tengsizliklarni isbotlashda keng qo'llaniladi. Ayniqsa, natural sonlarga bog'liq tengsizliklarda induksiya metodi samarali vosita hisoblanadi. Bu metodda avvalo tengsizlikning boshlang'ich hol uchun bajarilishi tekshiriladi, so'ngra  $n=k$  uchun to'g'ri deb faraz qilinib,  $n=k+1$  uchun isbotlanadi. Induksiya o'quvchilarda ketma-ket fikrlash, umumiy qonuniyatni ko'rish va mantiqiy bog'lanishni tushunish ko'nikmalarini shakllantiradi.

Tengsizliklarni isbotlashda tenglik holatini aniqlash ham muhim metodik masalalardan biridir. Har qanday tengsizlikda tenglik qachon bajarilishini bilish

$$a^2 + b^2 \geq 2ab \text{ tengsizligida tenglik faqat } a = b$$

yechimning to'g'riligini tekshirishga yordam beradi. Masalan,

tengsizligida tenglik faqat  $a=b$  bo'lganda bajariladi. Olimpiada masalalarida tenglik holatini aniqlash ko'pincha optimal qiymatni topish yoki yechimning yakuniy natijasini asoslash uchun zarur bo'ladi.

Tengsizliklar o'quvchilarda mustaqil fikrlashni rivojlantirish bilan birga, ularni ilmiy izlanishga ham yo'naltiradi. Chunki har bir tengsizlikni isbotlash jarayoni kichik tadqiqotga o'xshaydi: o'quvchi muammoni tahlil qiladi, faraz qiladi, turli metodlarni sinab ko'radi, xatolarni tekshiradi va asoslangan natijaga keladi. Bu jarayon o'quvchilarning matematik madaniyatini oshiradi.

Matematika ta'limi metodikasi nuqtai nazaridan tengsizliklarni o'qitishda bosqichma-bosqichlik tamoyiliga amal qilish zarur. Dastlab o'quvchilarga oddiy sonli tengsizliklar, keyin algebraik tengsizliklar, undan so'ng klassik tengsizliklar va murakkab olimpiada masalalari berilishi lozim. Bunday ketma-ketlik o'quvchilarning mavzuni ongli o'zlashtirishiga, metodlarni tartibli o'rganishiga va mustaqil masala yechish ko'nikmasini shakllantirishiga yordam beradi.

Tengsizliklarni o'rgatishda masalalarni murakkablik darajasiga ko'ra tanlash ham muhimdir. Oddiy masalalar o'quvchilarga asosiy metodlarni tushunishga yordam bersa, o'rta murakkablikdagi masalalar metodlarni qo'llash ko'nikmasini shakllantiradi. Murakkab olimpiada masalalari esa o'quvchilarda ijodiy yondashuv, nostandart fikrlash va bir nechta metodni uyg'unlashtirish malakasini rivojlantiradi.

Tengsizliklarni isbotlashga oid masalalarni o'rganishda bir masalaga bir nechta yechim topish ham samarali metodik yondashuv hisoblanadi. Chunki bu o'quvchiga turli metodlarni solishtirish, ularning afzallik va cheklovlarini anglash imkonini beradi. Masalan, bitta tengsizlik algebraik almashtirish, AM-GM tengsizligi yoki funksional yondashuv orqali isbotlanishi mumkin. Bunday yondashuv o'quvchilarda metodik moslashuvchanlikni rivojlantiradi.

Tengsizliklar matematikaning turli bo'limlarini o'zaro bog'lovchi vosita sifatida ham muhimdir. Algebraik tengsizlik geometrik mazmunga ega bo'lishi, geometrik masala esa algebraik tengsizlik orqali yechilishi mumkin. Shuningdek, analizdagi qavariqlik tushunchasi Yensen tengsizligi orqali algebraik masalalarda qo'llaniladi. Bu holat tengsizliklarning matematik bilimlar tizimidagi integrativ ahamiyatini ko'rsatadi.

Olimpiada tayyorgarligida tengsizliklar mavzusining ahamiyati shundaki, u o'quvchilarning yuqori darajadagi matematik kompetensiyalarini shakllantiradi. Bunday kompetensiyalarga masalani tahlil qilish, mos metodni tanlash, isbotni qurish, natijani tekshirish, tenglik holatini aniqlash va yechimni ravon bayon qilish kiradi. Ushbu ko'nikmalar nafaqat olimpiada masalalarini yechishda, balki umumiy matematik ta'limda ham muhim ahamiyatga ega. Tengsizliklarni isbotlash metodikasini takomillashtirish bugungi matematika ta'limining dolzarb yo'nalishlaridan biridir. Chunki zamonaviy ta'limda o'quvchining tayyor bilimni qabul qiluvchi emas, balki faol fikrlovchi, izlanishga qodir, mustaqil xulosa chiqaruvchi shaxs sifatida shakllanishi

talab etiladi. Tengsizliklar mavzusi aynan mana shu maqsadga xizmat qiladi. U o'quvchini har bir matematik mulohazani asoslashga, natijani tekshirishga va o'z fikrini mantiqiy ifodalashga o'rgatadi.

Shunday qilib, tengsizlik tushunchasi matematika fanining fundamental tushunchalaridan biri bo'lib, u sonlar va ifodalar orasidagi tartib munosabatlarini ifodalash bilan birga, keng nazariy va amaliy ahamiyatga ega. Tengsizliklar algebra, geometriya, matematik analiz, sonlar nazariyasi va kombinatorika kabi bo'limlarda muhim vosita sifatida qo'llaniladi. Ular yordamida matematik obyektlar baholanadi, chegaralanadi, taqqoslanadi va ularning muhim xossalari aniqlanadi.

Yuqoridagi tahlillar asosida xulosa qilish mumkinki, tengsizliklar matematikaning asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, ular miqdorlar orasidagi katta-kichiklik, chegaralanganlik va tartib munosabatlarini ifodalaydi. Tengsizliklar tenglamalardan farqli ravishda noma'lumning bitta aniq qiymatini emas, balki qiymatlar to'plamini aniqlashga xizmat qiladi. Shu sababli ular matematik tafakkurning kengroq rivojlanishiga imkon yaratadi. Tengsizliklar algebra, geometriya, matematik analiz, sonlar nazariyasi va kombinatorika kabi matematikaning turli bo'limlari bilan uzviy bog'liqdir. Ular yordamida ifodalarni baholash, funksiyalarni tahlil qilish, geometrik munosabatlarni aniqlash, sonli qonuniyatlarni o'rganish va kombinatorik obyektlarni chegaralash mumkin. Bu esa tengsizliklarning matematika fanidagi nazariy va amaliy ahamiyatini belgilaydi.

Tengsizliklarni isbotlash o'quvchilarda mantiqiy fikrlash, tahlil qilish, taqqoslash, umumlashtirish, mustaqil xulosa chiqarish va isbotlash madaniyatini shakllantirishda muhim o'rin tutadi. Ayniqsa, olimpiada masalalarida tengsizliklar o'quvchidan nostandart fikrlash, metod tanlash, tenglik holatini aniqlash va yechimni mantiqiy asoslashni talab qiladi. Shu bois tengsizliklarni isbotlash metodlarini chuqur o'rganish va ularni olimpiada masalalarida qo'llash metodikasini ishlab chiqish matematika ta'limi uchun dolzarb ilmiy-metodik vazifa hisoblanadi.

### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. O'zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasi. – Toshkent: O'zbekiston, 2023.
2. O'zbekiston Respublikasining "Chiqindilar to'g'risida"gi Qonuni. – Toshkent, 2002.
3. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining ekologiya va atrof-muhitni muhofaza qilishga oid farmon va qarorlari. – Toshkent, 2019–2024.
4. Mirziyoyev Sh.M. *Yangi O'zbekiston strategiyasi*. – Toshkent: O'zbekiston, 2021.
5. Rasulov A., Qodirov B. *Ekologiya va atrof-muhit muhofazasi asoslari*. – Toshkent: Fan, 2020.
6. To'xtayev A. *Ekologiya*. – Toshkent: O'qituvchi, 2018.

7. Axmedov O'., Ismoilov I. *Tabiatdan foydalanish iqtisodiyoti*. – Toshkent: Iqtisodiyot, 2019.
8. Xolmatov X., Abdullayev R. *Atrof-muhit muhofazasi va ekologik xavfsizlik*. – Toshkent: Tafakkur, 2021.
9. United Nations Environment Programme (UNEP). *Global Waste Management Outlook*. – Nairobi, 2022.
10. World Bank. *What a Waste 2.0: A Global Snapshot of Solid Waste Management to 2050*. – Washington DC, 2018.
11. European Environment Agency. *Waste Recycling in Europe*. – Copenhagen, 2021.
12. Gilbert M. *Introduction to Environmental Engineering and Science*. – New Jersey: Pearson Education, 2019.